HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXVIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Regiſtres de cette Académie.

A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Friſe.

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

Sur quelques Expériences de l'Aiman. Page 1

ANATOMIE.

Sur la Rupture complete ou incomplete du Tendon d'Achille 9
Sur une Hydropisie du Péritoine. 15
Sur le Sac odorant de la Civette. 18
Sur la Structure des Yeux. 22
Diverses Observations Anatomiques. 25

CHIMIE.

Sur les Huiles essentielles des Plantes. 41
Sur les différens Vitriols, & sur l'Alun. 45
Observations Chimiques. 48

BOTANIQUE.

Sur une Maladie du Saffran. 60
Sur la Multiplication de Eſpeces des Fruits. 63
Obſervation Botanique. 68

ARITHMETIQUE.

Sur la Propriété anciennement connue du Nombre 9. 70
Sur le Jeu de Pair ou Non. 73

GEOMETRIE.

Sur les Soudévelopées. 79
Sur le Rapport des Solidités & des Surfaces. 87

ASTRONOMIE.

Sur le Mouvement de Saturne. 94

MECHANIQUE.

Sur la Force des Corps en mouvement. 100
Sur les Mouvemens en Tourbillon. 134
Sur les Contreforts des Revêtemens. 143

TABLE.

Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1728. 148

Eloge du P. Reyneau. 153

Eloge de M. le Maréchal de Tallard. 159

TABLE
POUR LES
MEMOIRES.

DISSERTATION sur l'Estimation & la Mesure des Forces Motrices des Corps. Par M. DE MAIRAN. 1

Mémoire sur la teinture & la dissolution de plusieurs espetes de Pierres. Par M. DU FAY. 70

Du Mouvement de Saturne. Par M. CASSINI. 95

Suite d'Observations sur les Huiles essentielles, leur altération, & la maniere de rectifier celles de certains fruits, avec un examen des changemens qui arrivent à l'Huile d'Anis. Par M. GEOFFROY le Cadet. 124

Explication physique d'une Maladie qui fait périr plusieurs Plantes dans le Gastinois, & particuliérement le Saffran. Par M. DUHAMEL. 140

Troisieme Partie, ou Suite des deux Mémoires sur la Poussée des Terres & la résistance des Revetemens; donnés à l'Académie, le premier dans l'année 1726, & le second dans l'année 1727. Par M. COUPLET. 158

Histoi-

Hiſtoire des Teignes ou des Inſectes qui rongent les Laines & les Pelleteries. Premiere Partie. Par M. DE REAUMUR. 201

Du Mouvement accéléré par des Reſſorts & des Forces qui réſident dans les Corps en mouvement. Par M. l'Abbé CAMUS. 230

Obſervations ſur une eſpece d'Ankiloſe, accompagnée de circonſtances ſingulieres. Par M. MALOET. 283

Démontrer que l'Uvée eſt plane dans l'Homme. Par M. PETIT, Médecin. 295

Sur toutes les Dévelopées qu'une Courbe peut avoir à l'Infini. Par M. DE MAUPERTUIS. 323

Obſervation ſur la Rupture incomplete du Tendon d'Achille. Par M. PETIT. 331

Loix générales du Mouvement dans le Tourbillon ſphérique. Par M. l'Abbé DE MOLIERES. 349

De la néceſſité des Obſervations à faire ſur la nature des Champignons. Et la Deſcription de celui qui peut être nommé CHAMPIGNON-LICHEN. Par M. DE JUSSIEU. 380

Expériences & Réflexions ſur le Borax; d'où l'on pourra tirer quelques lumieres ſur la nature & les propriétés de ce Sel, & ſur la maniere dont il agit, non ſeulement ſur nos Liqueurs, mais en-

encore ſur les Métaux dans la fuſion deſquels on l'employe. Premier Mémoire. Par M. LEMERY. 387

Différentes Manieres de connoître la grandeur des Chambres de l'Humeur aqueuſe dans les Yeux de l'Homme. Par M. PETIT le Medecin. 408

Examen des différens Vitriols; avec quelques Eſſais ſur la formation artificielle du Vitriol blanc & de l'Alun. Par M. GEOFFROY le Cadet. 425

Suite de l'Hiſtoire des Teignes ou des Inſectes qui rongent les Laines & les Pelleteries. Seconde Partie. Où l'on cherche principalement les moyens de défendre les ETOFFES *&* POILS DE PEAUX *contre leurs attaques.* Par M. REAUMUR. 439

Recherches ſur les cauſes de la Multiplication des Eſpeces de Fruits. Par M. DU HAMEL. 477

Obſervations ſur quelques Expériences de l'Aimant. Par M. DU FAY. 500

Remarques ſur les rapports des Surfaces des grands & des petits Corps. Par M. PITOT. 520

De la néceſſité d'établir dans la Méthode nouvelle des Plantes, une Claſſe particuliere pour les FUNGUS, *à laquelle doivent ſe raporter, non ſeulement les Champignons, les Agarics, mais encore les* LICHEN. *A l'occaſion de quoi on donne*

donne la Deſcription d'une Eſpece nouvelle de CHAMPIGNON *qui a une vraye odeur d'Ail.* Par M. DE JUSSIEU. . 531

Mémoire ſur la Formation des Sels lixiviels. Par M. BOURDELIN. . 541

Obſervations ſur une eſpece de Ver ſinguliere, extraites de Lettres écrites de Breſt à M. de Reaumur, par M. Deſlandes. . 565

Nouvelles Obſervations ſur le Sac & le Parfum de la Civette, avec une analogie entre la matiere ſoyeuſe qu'il contient, & les poils qu'on trouve quelquefois dans les parties intérieures du corps de l'Homme. Par M. MORAND. . 568

Obſervation ſur un Dépôt ſingulier formé dans le Péritoine à la ſuite d'une Couche. Par M. CHOMEL. . 581

Obſervations Météorologiques pendant l'année M. DCCXXVIII. Par M. MARALDI. 599

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXVIII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR QUELQUES EXPERIENCES DE L'AIMAN. *

IL ne faudroit que les phénomenes de l'Aiman rapportés en 1723†, pour faire voir combien ils ſont délicats, changeans par les moindres changemens de circonſtances, ſujets à des bizarreries apparentes, car certainement ces bizarreries ne ſont pas réelles; tout tient à des cauſes bien déterminées. Voici encore des phénomenes de l'Aiman, qui confirmeront bien l'idée qu'on a pû prendre de ſes merveilles.

La fameuſe Croix du Clocher de Chartres a appris à tous les Phyſiciens que le Fer s'aiman-

* V. les M. p. 500. *Hiſt.* 1728.

† p. 1. & ſuiv.

mante par être ſeulement dans une ſituation verticale; cela fit faire attention aux Pincettes & aux Pêles qu'on laiſſe aſſés ſouvent pendant les Etés dans des coins de Cheminée, poſées de la même façon, ou à-peu-près, & l'on trouva qu'elles s'aimantoient, comme avoit fait l'arbre de cette Croix. Une barre de Fer poſée horizontalement, quelque tems qu'elle le ſoit, ne s'aimantera point, fût-elle dans la direction Nord & Sud; cependant ſi on veut être bien certain qu'elle ne s'aimante pas, il vaut mieux qu'elle ſoit dans la direction contraire.

Si à une Aiguille aimantée, poſée horizontalement ſur ſon pivot, qui lui permet de tourner très-librement, on préſente horizontalement & à angles droits une barre de Fer, dont on ſoit bien ſûr qu'elle n'eſt pas aimantée, il n'arrivera rien, la barre ne s'aimantera point, l'Aiguille ne prendra nul mouvement, & cela quoique la barre ſoit ſi proche qu'on voudra de l'Aiguille. Mais ſi à cette barre qui étoit poſée horizontalement, on lui fait décrire en embas un quart de Cercle, dont le centre ſoit ſon bout le plus proche de l'Aiguille, alors ce bout devenu le ſupérieur attirera ſubitement le Nord de l'Aiguille, qui ſortira de ſon repos; & le bout inférieur, qu'on élevera pour le mettre à une diſtance ſuffiſante de l'Aiguille, en attirera le Sud. Si l'on répéte cette expérience avec la même barre, mais en la changeant de bout par rapport à l'Aiguille, c'eſt-à-dire que le bout qui en étoit le plus proche la premiere fois & dans la premiere poſition ho-

ri-

rizontale de la barre, ſoit maintenant le plus éloigné de l'Aiguille, il n'arrivera que la même choſe, le bout le plus proche de l'Aiguille devenu le ſupérieur attirera toûjours le Nord, & l'autre le Sud.

Le même bout de la barre, qui dans la 1re expérience attiroit le Nord, attire donc le Sud dans la 2de, & au contraire; & par conſéquent de la 1re expérience à la 2de, les Poles de la barre changent de place entre eux, &, ce qui eſt le plus ſurprenant, on voit que cette tranſpoſition ſe fait avec une extrême facilité. Elle recommencera même autant de fois qu'on voudra.

Cette obſervation ſur l'Aiman n'eſt pas entierement neuve, mais de la maniere dont on la faiſoit, on y trouvoit des variations qui empêchoient qu'on ne l'examinât avec aſſés de ſoin; on s'en dégoûtoit preſque à cauſe de ſes caprices. M. du Fay, après l'avoir bien étudiée, l'a reduite à être réguliere & uniforme par la méthode que nous venons de décrire. La principale attention qu'il y faut apporter, eſt que la barre dont on ſe ſert n'ait pas été précédemment aimantée. Elle pourroit, par exemple, l'avoir été par la ſeule poſition verticale, & il ſeroit fort naturel de n'y prendre pas garde.

Dans l'expérience rapportée il n'a été néceſſaire de préſenter d'abord la barre à l'Aiguille ſelon une poſition horizontale, & à angles droits, que pour s'aſſûrer que la barre n'avoit pas été aimantée: car en ce cas-là l'Aiguille auroit pris quelque mouvement vers l'un ou l'autre bout de la barre; mais ſi

on eſt ſûr que la barre n'ait pas été aimantée, il n'y a qu'à la préſenter verticale à l'Aiguille; alors ſon bout ſupérieur, & il n'importe lequel ſoit le ſupérieur, dès qu'il eſt aſſés proche de l'Aiguille, en attire le Nord; & ſi on continue à élever ce bout, il attire toûjours le Nord, juſqu'à ce que le milieu de la barre ſoit vis-à-vis de l'Aiguille, c'eſt-à-dire, dans le même plan horizontal. Alors l'Aiguille ſe retourne, & ſon Sud va vers la barre, dont le bout inférieur continuant à s'élever, eſt toûjours moins éloigné de l'Aiguille que le ſupérieur. Mais il y a ici une remarque importante que fait M. du Fay. Ce phénomene ſuppoſe que la barre ſoit uniforme, que ſon centre de gravité ſoit à ſon milieu ou centre de figure. Si cela n'eſt pas, ce que nous venons de dire pour le centre de figure ne conviendra qu'au centre de gravité, tant tout ce jeu du Magnétiſme demande de préciſions qui peuvent aiſément échapper.

Dans cette 2de maniere de faire l'expérience, la tranſpoſition des Poles ſe fera toûjours comme dans l'autre; il n'y aura qu'à préſenter une 2de fois à l'Aiguille la barre encore verticale, mais renverſée.

D'où peut venir cette tranſpoſition de Poles ſi prompte & ſi facile? Deſcartes a ſuppoſé pour ſon Syſtême de l'Aiman, dont le fond très-ingénieux & digne de lui ſubſiſte toûjours, que le Fer eſt un Aiman encore imparfait, parce que ſes pores ſont hériſſés de petits *poils* roides & métalliques, confuſément poſés en tous ſens, & qui ne permettent pas

pas que la matiere magnétique, qui traverſe librement l'Aiman, & par-là lui donne ſes propriétés ſingulieres, traverſe de même le Fer. Mais ces petits poils attachés ſeulement par une de leurs extrémités à la ſubſtance du Fer, ſont mobiles dans le reſte de leur étendue, & s'il ſurvient un courant de matiere magnétique aſſés fort, il peut les coucher tous en même ſens ſelon ſa direction, & alors voilà un paſſage dans le Fer aſſûré à la matiere magnétique, auſſi libre que dans l'Aiman, ou, ce qui eſt le même, le Fer eſt devenu Aiman. M. du Fay ajoûte à cette idée, que les petits poils ſoient aſſés ſolides pour tomber par leur propre poids autant qu'ils le peuvent, ils ſeront toûjours d'ailleurs fort mobiles ſur leur extrémité immobile. Ainſi, ſi un courant de matiere magnétique a couché dans le ſens qui lui convenoit les poils d'une barre verticale, ce qui a donné un certain pole à chacun de ſes deux bouts, le ſeul renverſement de la barre pourra à cauſe de leur poids les coucher en ſens contraire, & par conſéquent ne permettre plus le paſſage qu'à un courant de matiere magnétique oppoſé, ce qui changera les poles.

M. du Fay avoue que cette hypotheſe, qui tient à quelque choſe de ſi délié, & de ſi gratuit en apparence, lui a été ſuſpecte à lui-même, juſqu'à ce qu'il s'en ſoit aſſûré au delà de ce qu'il eſperoit. Il frappa d'une maniere à faire tomber les poils en embas, ſuppoſé qu'il y en eût, une barre de Fer bien exempte de toute vertu magnétique, & cette barre préſentée horizontalement à l'Ai-

guille, ce qui eſt la poſition où il n'arrive rien ſi la barre n'a point de poles, ſe trouva en avoir deux, qu'elle ne pouvoit avoir acquis que parce qu'on l'avoit frappée. Il n'eſt pas beſoin que le coup porte immédiatement ſur la barre, il ſuffit qu'il donne aux poils une ſecouſſe qui les détermine en embas, & les couche tous en ce ſens. Cela revient aux coups de Marteau, qui aimantent, comme il a été dit en 1723, à l'endroit cité. Puiſque les poils couchés tous en même ſens par de certaines ſecouſſes donnoient des Poles à la barre, M. du Fay jugea que des ſecouſſes ſucceſſives contraires, qui détruiroient tantôt plus, tantôt moins, l'effet les unes des autres, laiſſeroient à la fin les petits poils couchés en différens ſens; & en brouillant leurs poſitions, dont l'uniformité fait la vertu magnétique de la barre, la lui ôteroient entierement, & la remettroient dans ſon premier état d'Aiman imparfait. C'eſt en effet ce qui eſt arrivé.

Lorſqu'une barre de Fer par le moyen de la ſecouſſe eſt devenue Aiman, c'eſt toûjours ſon bout inférieur, c'eſt-à-dire, celui vers lequel on a déterminé la chûte des petits poils par leur poids, qui attire le Sud de l'Aiguille aimantée. De-là il ſuit que la matiere magnétique qui paſſe de l'Aiguille dans la barre, parce qu'elle y trouve une route bien diſpoſée, eſt celle qui ſort par le Sud de l'Aiguille; car ſelon les loix du Tourbillon magnétique, un Aiman n'attire un autre corps, que parce que la matiere qui circule dans l'Aiman trouve aſſés de facilité à paſſer dans

ce

ce corps pour tendre à les enfermer tous deux dans le même Tourbillon, & par-là pouſſer l'un vers l'autre. Or la matiere qui ſort par le Sud de l'Aiguille, eſt celle qui eſt entrée par le Nord, & par conſéquent il faut concevoir le Tourbillon total qui enveloppe l'Aiguille & la barre, comme dirigé dans ſa 1re moitié du Nord au Sud, & de haut en bas, & dans la 2de du Sud au Nord, & de bas en haut. Cela ſe conclud des expériences de M. du Fay, & ſelon cette idée le Tourbillon magnétique n'eſt point double à la maniere de Deſcarts, qui a conçû qu'un courant de matiere entroit par un pole, tandis qu'un autre ſortoit par le même pole. La matiere n'entre ici que par le Nord, & ne ſort que par le Sud.

Les Philoſophes ſont communément perſuadés que la Terre eſt un grand Aiman, dont le Tourbillon magnétique ne differe qu'en grandeur de ceux des petits Aimans particuliers. Ainſi les expériences de M. du Fay détermineroient un point important du Syſtême du Monde ; le Tourbillon magnétique de la Terre ne ſeroit que ſimple, dirigé dans une moitié du Nord au Sud, de haut en bas, &c. Il eſt vrai que pluſieurs Phyſiciens ſont déja dans cette penſée.

Pour ne point trop compliquer les faits, & leurs conſéquences, nous n'avons parlé juſqu'ici que de la barre de Fer, dont les poles, acquis par une ſituation verticale, changent par ſon renverſement ſeul. Les Pincettes ſembleroient devoir être dans le même cas que la barre, & elles n'y ſont pas tout-à-fait ; ſi

on les employe aux mêmes expériences, on trouvera des variétés qu'on n'attendoit pas; en général leurs poles, ou ne ſont pas changeans, ou ne le ſont pas ſi aiſément. M. du Fay, après avoir bien cherché la cauſe de cette différence, en trouva enfin une bien légere, comme elles le ſont toûjours en fait de magnétiſme, & par-là même plus probable. On accommode le feu avec les Pincettes, & c'eſt toûjours par le même bout, qui eſt l'inférieur, quand on les laiſſe pendant l'Eté au coin de la Cheminée. Ce bout s'eſt échauffé & refroidi un grand nombre de fois; ſes pores ſe ſont ouverts, & enſuite rétrécis; ouverts, ils ont laiſſé prendre à leurs petits poils une certaine poſition; rétrécis, ils les ont affermis ou dans cette poſition, ou dans quelque autre, de ſorte qu'ils ne peuvent plus en changer aiſément, & n'ont plus la mobilité néceſſaire pour la tranſpoſition des poles. En effet, M. du Fay ayant fait chauffer des barres de Fer par un bout, & les ayant miſes dans une ſituation verticale, le bout chauffé tantôt en haut, tantôt en bas, leurs poles ſe trouverent toûjours déterminés & conſtans malgré le renverſement.

M. du Fay pouſſe plus loin l'hypotheſe des petits poils, à laquelle les expériences ſe conforment toûjours. Mais il nous ſuffit d'avoir aſſés marqué ſa route, pour faire naître l'envie de le ſuivre pas à pas.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Hiſtoire des Teignes par M. de Reaumur.

† Et le Journal des Obſervations de M. Maraldi.

* V. les M. p. 201. & 438.
† V. les M. p. 599.

ANATOMIE.

*SUR LA RUPTURE COMPLETE OU INCOMPLETE DU TENDON D'ACHILLE.**

ON a vû dans les Mémoires de 1722 * l'Hiſtoire d'un Sauteur, qui dans un de ſes tours de force ſe caſſa à chaque pied le Tendon d'Achille, & fut parfaitement guéri par M. Petit le Chirurgien.

Il eſt preſque incroyable que des Tendons ſe rompent ſeulement par des efforts, & M. Petit lui-même a avoué qu'il ne l'eût pas crû: auſſi, bien des gens ne manquerent pas de

* V. les M. p. 332. † p. 68. & ſuiv.

de lui conteſter la réalité du mal, & l'honneur de la cure; & quand pour établir la poſſibilité du fait, il chercha s'il n'y en auroit point quelqu'un de pareil dans les Obſervations anciennes, il ne trouva qu'un exemple rapporté par Ambroiſe Paré, & qui n'étoit pas même trop conforme à ce qu'il avoit vû.

Mais il lui arriva quelque tems après, une eſpece de bonheur; il vit & il traita une autre rupture du même Tendon d'Achille, & quoique différente de celle du Sauteur, elle lui donna ſur cette matiere beaucoup de vûes nouvelles; & c'eſt de quoi nous allons rendre compte.

Les Tendons ſont des eſpeces de Cordes qui par une de leurs extrémités partent d'un Muſcle, & par l'autre s'attachent à un Os, de ſorte que quand le Muſcle eſt en action, ou ſe contracte, le Tendon tire à ſoi l'Os auquel il eſt attaché, & lui fait faire le mouvement dont il eſt capable. Les Tendons ſont d'une nature à ne s'étendre pas, ſi ce n'eſt dans des contractions de leurs Muſcles extraordinaires & outrées; en ce cas-là, ſi l'Os qu'ils doivent tirer ne peut leur obéir aſſés & les ſuivre, ou l'Os caſſe par la traction du Tendon trop forte, ou le Tendon ſe rompt par ſon extenſion violente.

Il faut encore conſidérer que dans certaines actions, comme celle de ſauter de bas en haut, tout le poids du Corps eſt porté, & même ſurmonté par un nombre de Muſcles, qui ayant été mis dans une forte contraction, ſe débandent bruſquement tout à la fois, & par-là cauſent le ſaut. Si dans l'inſtant où ces

ces Muſcles étendent violemment leurs Tendons, il arrive un accident qui faſſe que ces Tendons ſoient encore tirés en embas par tout le poids du Corps, il ne ſera pas étonnant qu'ils ne réſiſtent pas à une extenſion ſi exceſſive. C'eſt ainſi que le Sauteur de M. Petit ſe caſſa le Tendon d'Achille; il vouloit ſauter ſur une Table élevée de plus de 3 pieds, il n'en attrapa que le bord du bout de chaque pied, où le Tendon d'Achille étoit alors fort étendu par l'effort néceſſaire, il retomba droit, & dans cette chûte le Tendon d'Achille fut encore étendu par le poids de tout le Corps qui le tiroit. On peut ajoûter que la force de ce poids fut augmentée par l'accélération d'une chûte de 3 pieds.

Le Tendon d'Achille eſt formé par l'union intime des Tendons de deux Muſcles différens, l'un appellé les *Jumeaux*, l'autre le *Solaire*. Si ces deux Tendons, qui compoſent celui d'Achille, ſont caſſés, la rupture eſt *complete*; *incomplete*, s'il n'y a que l'un des deux. Dans l'incomplete que M. Petit a vue, c'étoit le Tendon des Jumeaux qui étoit caſſé, l'autre reſtant entier. Il ne faut pas entendre que cette diviſion des Ruptures ſoit fondée ſur un grand nombre d'expériences. M. Petit n'en a vû qu'une incomplete, qu'il n'a reconnue pour telle, & diſtinguée de la complete, que par une grande exactitude d'obſervation, & il a jugé de plus que celle qu'Ambroiſe Paré a rapportée étoit de la même eſpece. Pour l'autre incomplete, il ne fait guere que la conjecturer par une eſpece d'analogie. Il ne s'agira donc ici que de la

1re incomplete, qui ſera en oppoſition avec la complete.

Il y a entre elles des différences, dont quelques-unes pourroient ſurprendre. L'incomplete eſt très-douloureuſe, & la complete ne l'eſt point. Lorſqu'un Tendon eſt abſolument rompu, ſes deux parties ſéparées ſe retirent naturellement, comme feroient celles d'une Corde à boyau, l'une d'un côté, l'autre du côté oppoſé. Si elles tiennent à des parties voiſines, elles ne pourront ſe retirer ſans les tirailler, les agiter, les irriter, & cela avec d'autant plus de force, & par conſéquent d'autant plus douloureuſement que leur adhéſion ſera plus grande. Cela peut aiſément aller au point de cauſer des inflammations, qui s'étendront enſuite, la fievre, des inſomnies, des délires. Mais hors de ce cas-là, deux parties du Tendon ſéparées ſe retirent paiſiblement chacune de ſon côté, & il n'y a nul autre mal, que le Tendon caſſé, devenu inutile. Cela eſt ſi vrai, que pour prévenir les douleurs & les accidens qui naîtroient d'un Tendon à demi-rompu, on le coupe tout-à-fait. Le Tendon d'Achille eſt enfermé dans une Gaine où il coule librement, il n'a point d'attache aux parties voiſines, & par-là ſa rupture complete eſt ſans douleur.

Mais il n'en va pas de même de l'incomplete. Le ſeul Tendon des Jumeaux étant rompu, il ſe retire en enhaut & en embas, tandis que le Tendon du Solaire ne ſe retire point. On voit aſſés là un principe de déchirement d'autant plus violent, que l'adherence

&

& l'union de ces deux Tendons qui forment celui d'Achille eſt effectivement très-grande.

Ce principe général veut pourtant être conſidéré plus particulierement. Il n'y a de douleur qu'à l'endroit de la portion ſupérieure du Tendon rompu, & non à l'inférieure. Quand la portion ſupérieure du Tendon des Jumeaux va en enhaut, parce qu'elle y eſt tirée par la partie charnue de ce Muſcle auquel elle tient, elle eſt en même tems tirée en embas par le Solaire reſté ſain en ſon entier, & cette contrariété d'actions fait un déchirement douloureux dans les fibres, qui réſiſtent; mais la portion inférieure du même Tendon ne tenant plus du tout au Muſcle des Jumeaux, mais ſeulement au Solaire, elle obéit ſans réſiſtance aux mouvemens du Solaire, qui ne ſont point combattus par l'autre. Ce n'eſt que dans les premiers tems que cette différence entre les deux portions du Tendon rompu ſubſiſte en ſon entier; dans la ſuite la douleur de la portion ſupérieure peut avoir été ſi vive, qu'elle aura cauſé de l'inflammation aux parties voiſines; mais quoique la portion inférieure s'en reſſente, elle eſt encore la moins douloureuſe, ce que l'on reconnoît ſenſiblement au toucher.

Dans la rupture complete on fléchit le pied du Malade ſans lui cauſer aucune douleur, on augmente ſeulement une eſpece de vuide ou de creux que laiſſent néceſſairement entre elles les deux portions du Tendon d'Achille entierement ſéparées l'une de l'autre. Dans la rupture incomplete cette même flexion du

pied ne peut ſe faire ſans beaucoup de douleur, parce que ce creux qu'on tend à augmenter ne ſe peut augmenter ſans un déchirement ou tiraillement de parties imparfaitement ſéparées.

Dans la rupture incomplete on peut marcher, mais en ſouffrant; dans la complete on ne peut marcher, quoiqu'on ne ſouffre point. A chaque pas que l'on fait, la Jambe qui demeure en arriere ſoûtient ſeule tout le poids du Corps, & il faut que la ligne de direction de ce poids tombe vers le milieu du pied de cette Jambe poſé ſur le plan; or M. Petit fait voir que c'eſt le Tendon d'Achille qui par ſon action porte cette ligne de direction ſur le pied où elle doit être, qu'il fait en quelque ſorte la fonction de Gouvernail, & que par conſéquent lorſqu'il ne peut plus abſolument la faire, on ne marche plus.

Il eſt très-important en Chirurgie de connoître toutes les différences des deux Ruptures, on ſaura les diſcerner dans l'occaſion, & on ſe conduira plus ſûrement. Quand on ne les diſcerneroit que par leurs effets, ce ſeroit toûjours beaucoup, mais il vaut ſans comparaiſon mieux que les effets ſoient accompagnés de la connoiſſance des cauſes.

M. Petit ne traite point de la 2de Rupture incomplete, qui ſeroit celle du ſeul Tendon du Muſcle Solaire; il ne l'a point vûe, & il y a plus de ſageſſe à ne point prévenir les faits par des conjectures hazardées. Il croit ſeulement que cette Rupture doit être plus rare que la 1re incomplete, & il en donne les raiſons tirées de la différence des deux

Ten-

Tendons qui compoſent celui d'Achille.

Après que l'Ecrit de M. Petit a été imprimé dans les Mémoires, on a trouvé dans la 2de Obſervation de la 2de Décade des *Adverſaria Anatomica* du célébre M. Ruyſch imprimée à Amſterdam en 1720, un exemple de Tendons, qui quoique très-forts, ont été rompus par un mouvement ſoudain. C'étoient ceux des Muſcles qui étendent la Jambe. Le fait que l'on a conteſté à M. Petit en eſt mieux établi; mais en même tems ces ruptures ne ſont pas tout-à-fait ſi rares & ſi inconnues, quoiqu'elles le ſoient encore beaucoup.

*SUR UNE HYDORPISIE DU PERITOINE.**

NOUS avons déja parlé d'une Hydropiſie du Péritoine dans l'Hiſt. de 1707 †, & il ſera bon que l'on s'en ſouvienne ici. Elle fut obſervée par feu M. Littre dans le Cadavre d'une Dame, qui en mourut au bout de quatre ans. Selon les idées qu'il en prit par les circonſtances qui l'accompagnoient, cette maladie ne pouvoit ſe former que lentement, ni devenir fort douloureuſe & mortelle qu'aſſés tard. En voici une autre un peu différente par ſon ſiege, mais beaucoup plus par la promptitude dont elle ſe forma. Elle n'a pas été vûe ſur le Cadavre, car heureuſement M. Chomel la guérit parfaitement; mais il la reconnut à un grand nombre de ſignes indubitables.

* V. les M. p. 581. † p. 25. & ſuiv.

bles. En voici l'hiſtoire fort abrégée.

Une Femme de 24 ans eut une premiere groſſeſſe accompagnée de pluſieurs indiſpoſitions, que lui cauſerent apparemment des chagrins très-cuiſans. Elle accoucha cependant ſans accident fâcheux; mais la fievre, qui vint à l'ordinaire au bout de trois jours, devint continue, les évacuations qui devoient ſuivre l'accouchement furent totalement ſupprimees, & le ventre enfla à tel point, qu'en trois ſemaines il devint auſſi gros qu'à la fin de la groſſeſſe. Enfin un jour qu'elle dormoit, ſon Ombilic s'ouvrit, & il en ſortit 4 ou 5 pintes d'une liqueur auſſi infecte que de vieille ſaumure corrompue.

En ſondant par l'ouverture de l'Ombilic, on reconnoiſſoit & l'étendue du Sac d'où cette liqueur étoit ſortie, & ſa poſition. Il étoit entre les Muſcles du bas-Ventre & le Péritoine, dont la ſurface extérieure s'applique à ces Muſcles.

On entretenoit l'ouverture de l'Ombilic, pour faire ſortir du Sac la matiere qui y étoit contenue & ſe reproduiſoit toûjours, & par cette même ouverture on injectoit enſuite des Eaux Vulnéraires, qui lavoient le Sac. On crut d'abord qu'il faudroit faire encore une ſeconde ouverture, ou contre-ouverture à l'Aine, afin de vuider entierement la matiere vicieuſe du Sac; mais comme elle étoit de jour en jour & moins vicieuſe & moins abondante, on ſe flatoit qu'on ne ſeroit pas obligé d'en venir à la contre-ouverture; lorſque tout d'un coup la Malade ayant manqué à l'exactitude extrême du Régime qui lui étoit preſcrit,

crit, les premiers accidens recommencerent, & même plus fâcheux; la matiere qui ſortoit par l'Ombilic avoit un mêlange de matiere bilieuſe & fécale, ce qui marquoit que le Péritoine s'étant ulcéré, avoit percé un Inteſtin en quelque endroit, au lieu qu'auparavant ce même Péritoine ſe recolloit doucement aux Muſcles, & reprenoit ſa ſituation naturelle, qui annonçoit une entiere guériſon.

On fit la contre-ouverture, & avec plus de ſuccès qu'on n'oſoit preſque l'eſpérer, on vuida toute la matiere de l'Hydropiſie; le Sac bien nettoyé par les Vulnéraires ſe referma, ou plûtôt ceſſa d'être un Sac, puiſque le Péritoine reprit ſon adhéſion aux Muſcles; ſon ulcere fut guéri, les deux Playes de l'Ombilic & de l'Aine ſe cicatriſerent, & au bout de deux mois la cure d'une maladie ſi ſinguliere fut parfaite.

M. Chomel fait voir que ſa premiere cauſe fut la ſuppreſſion des évacuations qui devoient venir après l'accouchement, & en même tems le reflux du Lait dans le Sang, qui lorſqu'il n'a pû être prévenu dans les Femmes qui ne nourriſſent pas leurs Enfans, cauſe de ſi grands deſordres. Il ſeroit difficile de dire pourquoi le Péritoine plûtôt que toute autre partie a été le ſiege de la maladie, mais enfin il étoit propre par ſa ſtructure à l'être. M. Chomel cite les Anatomiſtes modernes qui y ont découvert des Vaiſſeaux Lymphatiques inconnus aux Anciens, & l'on ſait qu'à cauſe de leur extrême délicateſſe ils ſe crevent facilement, & à cauſe

de

de leur nombre rendent beaucoup de liqueur. D'ailleurs M. Winslow a fait voir que la portion ou lame extérieure du Péritoine adhérente naturellement aux Muscles du bas-Ventre, est un tissu cellulaire & filamenteux, où il est aisé qu'une liqueur extravasée se conserve, & augmente toûjours en quantité faute d'écoulement. Enfin il est certain que les Vaisseaux Sanguins Epigastriques envoyent des rameaux tant au Péritoine qu'aux Mammelles, & que les Vaisseaux des Mammelles en envoyent aussi au Péritoine, ce qui peut faire une communication des Mammelles au Péritoine. Or le Lait qui reflua des Mammelles dans le Sang étoit apparemment chargé de Sucs âcres, à cause de toutes les indispositions précédentes de la grossesse. De-là sa qualité corrosive, dont on a vû le plus sensible effet dans la playe naturelle de l'Ombilic. Le Sang fut encore inondé par la suppression des Evacuations nécessaires, & il n'est plus étonnant qu'en ce cas-là une Hydropisie du Péritoine, qui n'auroit dû être que lente, ait été si précipitée.

SUR LE SAC ODORANT DE LA CIVETTE. *

L'ACADEMIE a déja donné il y a longtems une Description Anatomique de la Civette accompagnée de Planches, & le Sac où

* V. les M. p. 568.

où cet Animal porte le Parfum qui lui eſt particulier, ne manqua pas d'être décrit avec le reſte; d'autres Auteurs ont traité auſſi cette matiere: mais M. Morand ayant eu occaſion de l'approfondir, parce qu'il eut une Civette, quoiqu'en aſſés mauvais état, il trouva qu'il y avoit encore beaucoup de recherches toutes neuves à faire ſur ce Sac & ſon Parfum. Nous en prendrons les particularités les plus remarquables.

Ce Sac eſt ſitué entre l'Anus & le Sexe de l'Animal, à peu-près comme celui où les Caſtors portent leur Caſtoreum. Il pend extérieurement entre les Cuiſſes de la Civette. Il eſt aſſés grand. En gros, c'eſt une cavité enfermée dans une enveloppe épaiſſe, & qui a une longue ouverture en dehors de la figure d'une Vulve.

Toute l'épaiſſeur de l'Enveloppe eſt formée par une infinité de petits grains, qui ſont les Glandes où ſe filtre la liqueur odorante. En regardant mieux ces grains avec le Microſcope, M. Morand a découvert qu'ils étoient accompagnés d'une infinité de *Follicules* ou petites Bourſes qui contenoient de la liqueur déja filtrée. Ces Follicules peuvent être aiſément formés, ou par la deſunion des deux lames d'une Membrane, ou par l'extenſion des extrémités des Vaiſſeaux Sanguins. Mais, ce qui eſt beaucoup plus ſingulier, M. Morand a vû ſûrement dans la liqueur des Follicules, de petits poils poſés ſans ordre çà & là. Ils nont point de racines, & ne tiennent point les uns aux autres.

La

La cavité du Sac eſt occupée par deux eſpeces de pelotons de ſoye courte, toute imbibée de la liqueur odorante, qui paroît comme une Huile blanche.

En comprimant l'épaiſſeur de l'Enveloppe, on en fait ſortir par les pores, ou plûtôt par les Canaux excrétoires de ſa membrane interne, l'Huile odorante, qui va ſe rendre dans la Cavité du Sac; elle ſort, non par gouttes ſéparées, mais en forme de Jet continu, apparemment parce qu'elle eſt ſoûtenue & comme liée par les petits poils qu'elle entraîne avec elle. Une fois M. Morand a vû avec le Microſcope que les poils d'un petit jet qui ſortoit étoient aſſés paralleles les uns aux autres, & faiſoient comme un petit Faiſceau un peu pointu. Peut-être l'Huile en jet prend-elle plus de conſiſtance dans la Cavité où elle va. La ſoye des Vers à ſoye & celle des Araignées prennent bien toute leur conſiſtance de l'air qui les touche.

Il paroît certain que les Follicules de l'Enveloppe ſont les premiers Réſervoirs de l'Huile odorante, mais des Réſervoirs particuliers & diſperſés; de-là elle paſſe dans la Cavité du Sac, ſecond Réſervoir, mais général, où elle s'arrête & ſe conſerve dans les deux Pelotons ſoyeux; car ſans cela la grande ouverture extérieure du Sac n'ayant ni Valvule, ni Sphincter, l'Huile s'écouleroit perpétuellement au dehors, & ce n'eſt pas là le deſſein de la Nature. Il eſt vrai que l'on ne connoît pas aſſés la Civette pour ſavoir en quelle occaſion elle jette ſon Huile, quel uſage elle en fait, mais enfin on voit

voit bien que le méchaniſme eſt deſtiné à en empêcher l'écoulement perpétuel. Les Pelotons ſoyeux font l'office d'une Eponge, qui garde la liqueur dont elle eſt abreuvée juſqu'à ce qu'on l'exprime.

La ſoye dont ces Pelotons ſont formés, & celle des petits poils des premiers Réſervoirs, ſont de même nature, & ils paroiſſent être de la nature des Cheveux, puiſqu'étant brûlés ils rendent la même odeur.

On a quelquefois trouvé avec ſurpriſe, ou des poils ſur la ſurface de pluſieurs Viſceres du Corps humain, ou des Pelotons de poils dans l'Epiploon, dans des Tumeurs du Ventre, & en dernier lieu M. Morand rapporte une obſervation de M. Mauque, célébre Médecin de Strasbourg, qui dans deux Tumeurs enkiſtées du ventre d'une Femme a vû deux touffes de Cheveux, dont l'uue étoit groſſe comme une Balle de Paume. Il y avoit quelques-uns de ces Cheveux de plus d'une demi-aulne de long.

M. Morand croit que ces poils & ces cheveux contre nature dans l'Homme ont beaucoup de rapport aux Pelotons naturels de la Civette. Les uns & les autres ſont toûjours dans des parties graſſes, ou mêlés avec une matiere graſſe; ils n'ont point de racines, au lieu que les Cheveux & les poils ordinaires de l'Homme en ont toûjours; ils ſont ſimplement collés aux parties où ils ſe trouvent, & faciles à détacher. L'origine pourroit donc être la même; ſeulement ce ſeroit dans l'Homme un accident vicieux, qui auroit diſpoſé une matiere huileuſe extraite du Sang à ſe former en poils.

Si

Si cette idée eſt vraye, ce ſera là un fruit de l'Anatomie comparée, qui profitant de ce qu'elle voit plus développé dans une eſpece d'Animaux, en fait l'application à une autre où le même Méchaniſme ne ſera pas apperçû.

*SUR LA STRUCTURE DES YEUX.**

LA Queſtion de la nature des Cataractes, & plus particulierement enſuite l'Opération pour les abattre, que M. Petit le Médecin a portée à une préciſion dont elle avoit toûjours été fort éloignée, l'ont jetté dans des détails ſur la Structure des Yeux, dont les Anatomiſtes ne s'étoient guere mis en peine, ſoit parce qu'ils n'avoient pas beſoin de les connoître, ſoit parce qu'ils en ſentoient la difficulté. Telle eſt la figure de l'Uvée, que les plus habiles, excepté Véſale, ont crûe convexe avec Galien. Elle le paroît toûjours dans l'Homme vivant dont on regarde l'Oeil, & ſouvent dans l'Oeil mort ſelon qu'il eſt conditionné, & elle l'eſt réellement dans quelques Animaux, comme le Bœuf. Cependant M. Petit ſoûtient qu'elle eſt plane dans l'Homme.

D'abord il fait voir que quoique plane, elle ſera vûe convexe, à cauſe des refractions que ſouffrent les rayons viſuels en paſſant au travers de la Cornée & de l'Humeur Aqueuſe. Il a conſtruit une petite Machine qui re-

* V. les M. p. 295. & 408.

repréſente toute la diſpoſition de la partie antérieure de l'Oeil, & ſelon qu'elle eſt pleine d'eau ou vuide, on y voit qu'une même ſurface plane, qui tient la place de l'Uvée, paroît ou convexe, ou plane, comme elle l'eſt. C'eſt donc l'Eau ou l'Humeur aqueuſe qui fait l'effet dont il s'agit.

Ceux qui tiennent pour la convexité de l'Uvée, prétendent qu'elle vient de ce que cette Membrane s'applique ſur le Criſtallin, dont elle prend la figure en gliſſant deſſus. M. Petit a fait une expérience incompatible avec cette opinion; il a paſſé une Aiguille très-fine dans un Oeil nouvellement mort entre l'Uvée & le Criſtallin, ſans bleſſer ni l'un ni l'autre. Il eſt vrai que cette expérience eſt très-difficile, qu'elle demande beaucoup d'adreſſe, & ne réuſſit pas toûjours. L'eſpace entre l'Uvée & le Criſtallin eſt ſi petit, qu'à peine une Aiguille peut être aſſés fine pour y paſſer ſans les toucher; & d'ailleurs il eſt certain qu'en pluſieurs Sujets le ſommet de la convexité du Criſtallin s'avance juſqu'à occuper ou à peu-près le centre de la Prunelle, qui eſt auſſi celui de l'Uvée, auquel cas il n'eſt pas poſſible que l'Aiguille ne rencontre & n'endommage le Criſtallin.

Dans toutes les expériences ou obſervations qui appartiennent à cette matiere, il faut faire beaucoup d'attention à l'état de l'Oeil. Comme il s'agit d'examiner avec une grande préciſion la poſition des parties entre elles & la capacité des eſpaces, le tout étant toûjours fort petit, l'Oeil mort différe beaucoup du vivant à ces égards. L'Oeil mort

qu'on

qu'on a dépouillé de ſes Muſcles qui le tenoient dans une certaine compreſſion, change de figure, s'arrondit, & par-là changent auſſi les poſitions de quelques parties entre elles, & les capacités de quelques eſpaces. Les liqueurs que contenoit l'Oeil, s'évaporent, & ne ſont plus remplacées par celles qu'auroit fournies la circulation du Sang pendant la vie; l'Oeil n'eſt plus tendu, & il ſe flétrit aſſés vîte. Des deux Humeurs, l'Aqueuſe & la Vitrée, l'Aqueuſe eſt celle qui s'évapore le plus promptement, parce qu'étant aſſés déliée, & n'ayant à traverſer que la Cornée toûjours expoſée à l'air, elle peut s'échapper ſans peine, lors même que l'Oeil eſt encore dans l'Orbite, dans ſa place naturelle; au lieu que l'Humeur Vitrée plus épaiſſe & plus glaireuſe, a la Sclérotique à traverſer, membrane beaucoup plus épaiſſe que la Cornée, & qu'elle ne peut guere traverſer que quand l'Oeil eſt détaché de ſon Orbite, & dépouillé de ſes Muſcles. La Sclérotique, qui pendant la vie étoit bandée par la plénitude de l'Oeil, ſe débande, ſe reſſerre, & comprime en même tems quelques parties qu'elle ne comprimoit pas auparavant. Si pour tenir l'Oeil plus tendu, & dans un état plus approchant du naturel, on l'a mis tremper quelque tems dans l'Eau, comme il s'eſt déja évaporé plus d'Humeur Aqueuſe que de Vitrée, l'Eau qui s'inſinue dans la Vitrée, pouſſe le Criſtallin trop en avant, parce qu'elle trouve moins de réſiſtance de ce côté-là, où l'évaporation de l'Humeur Aqueuſe laiſſe du vuide. Nous ne rapporr-

porterons pas un plus grand nombre d'exemples des attentions délicates, auxquelles M. Petit a été néceſſairement engagé par ſon ſujet.

Enfin il s'eſt trouvé en état de donner un autre Mémoire ſur les deux Chambres de l'Oeil, qui ſont les deux eſpaces dont il eſt abſolument néceſſaire de connoître l'étendue avec la derniere exactitude pour l'opération de la Cataracte, non pas telle qu'elle ſe pratique communément, mais telle qu'elle doit être. On verra que cette exactitude l'a conduit juſqu'à la Géométrie.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. Guisard, Médecin de la Sale en Sévennes, a envoyé à l'Académie la Relation d'une Loupe extraordinaire. En 1692 le Notaire du même Lieu reçut un coup de pied au milieu de la Cuiſſe droite, ſur le devant. Quelque tems après il s'y forma une petite Tumeur ſans douleur, mais qui dans la ſuite crut toûjours, quoique lentement. M. Guiſard conſeilla de bonne heure au Malade d'arrêter ce mal naiſſant, qui ne cauſoit cependant nulle incommodité, mais ce fut là la raiſon qui le fit négliger. Quand la Tumeur ou Loupe eut acquis un certain vo-

lume, elle fit des progrès rapides. En 1724 elle occupoit toute la longueur de la Cuiſſe depuis le haut juſqu'au deſſous du Genou, & elle étoit de la groſſeur de deux formes de Chapeau jointes enſemble. On jugea qu'elle pouvoit peſer alors 30 livres. Il n'étoit plus tems d'y toucher. M. Guiſard ordonna tout ce qui convenoit d'ailleurs, & les plus habiles Médecins de Montpellier conſultés furent du même avis. En 1727 la Loupe étoit augmentée au point que le Malade ne pouvoit preſque plus marcher, & qu'elle paroiſſoit devoir peſer 40 livres. Il y paroiſſoit cinq éminences, que l'on conjecturoit être autant de Kiſtes ou Sacs différens dont elle étoit formée.

Enfin l'opération, que l'on n'avoit pas dû hazarder, ſe fit naturellement dans le mois de Juillet de 1727. La Loupe creva d'elle même par une ouverture ronde de la grandeur d'une piece de 30 ſols, pleine d'une chair morte & ſpongieuſe, que le Chirurgien emporta avec les Pincettes & les Ciſeaux; le deſſous parut blanc, d'une couleur de Suif. On fit les panſemens, & on appliqua les remedes néceſſaires. Preſque de jour en jour il ſe découvroit de nouvelles chairs pourries qu'on enlevoit ſans toucher au vif, on tiroit de gros Kiſtes par morceaux, quelquefois entiers, pleins d'une matiere graiſſeuſe, un peu ſquirreuſe & grumelée, chaque petit grumeau étant enveloppé d'une pellicule aſſés forte. Tout cela venoit ſans violence & ſans douleur; on ſe ſeroit arrêté dès qu'on ſe ſeroit apperçû de quelque ſentiment. On avoit que-

que-

quefois vû des chairs qui paroiſſoient gangrénées, & ſur la fin on avoit ſenti dans une opération une odeur cadavéreuſe inſupportable, qui avoit cependant ceſſé par l'extraction des matieres qu'on avoit attaquées. La Loupe étoit enfin entierement emportée le 8 Août, l'Os de la Cuiſſe tout-à-fait découvert, mais ſain, les chairs du deſſous de la Cuiſſe que la pourriture avoit épargnées, étoient belles, & tout ſembloit annoncer une bonne ſuppuration; mais quoique toutes les opérations euſſent été faites ſans irritation, ſans inflammation & ſans hémorragie, le Malade tomba dans une grande foibleſſe, & dans des aſſoupiſſemens continuels avec un pouls fort petit, & mourut le 15 Août. Il n'y a pas lieu de douter que des parties gangréneuſes ne ſe fuſſent mêlées dans le ſang, & n'en euſſent corrompu la maſſe. Deux jours avant ſa mort il fut attaqué à la Cuiſſe ſaine d'une douleur très vive, qui s'étendoit juſqu'à l'Eſtomac. M. Guiſard croit que la Goutte que le Malade avoit depuis long-tems, & qui s'étoit ſuſpendue après les grands progrès de la Loupe, étoit remontée, & s'étoit jointe aux particules gangréneuſes, & peut-être même avoit contribué à produire l'énorme Loupe. On ſera bien tenté de juger par les ſuites du mal, qu'il eût fallu l'extirper dans le tems qu'il n'étoit pas encore un mal

II.

Les Sinus du Cerveau ſont des Canaux veineux, plus amples & moins coniques par

rapport à leurs Arteres correſpondantes, que les Veines ne le ſont ordinairement par rapport aux leurs. Dans ces Sinus ſe raſſemble, comme dans une eſpece d'entrepôt, le ſang de différentes Veines, pour être de là diſtribué dans les véritables Veines, qui doivent le reporter au Cœur. Il y a quatre Sinus principaux, le *Longitudinal ſupérieur*, qui reçoit le ſang de quelques parties externes de la Tête, de la Dure-mere, de la Pie-mere, & même de l'extérieur du Cerveau; deux Sinus *latéraux* par rapport à lui, l'un droit, & l'autre gauche, qui en reçoivent le ſang; & un 4me nommé *Torcular* par les Anciens, où ſe ramaſſe le ſang qui revient du *Lacis Choroïde*, & par conſéquent des Ventricules du Cerveau.

Tous les Anatomiſtes, excepté le célebre M. Morgagni, ont crû que le Sinus longitudinal ſupérieur étant parvenu au derriere de la Tête ſur la *Tente* du Cervelet, ſe partage & ſe fourche en deux autres Canaux, qui ſont les deux Sinus latéraux, dont chacun reçoit une égale quantité de ſang, & qu'à l'endroit de cette *biſurcation* le Torcular verſe ſon ſang dans le confluent de ces trois Sinus. Mais M. Garengeot, Chirurgien de Paris, a communiqué à l'Académie ſes obſervations ſur ce ſujet, fort différentes de l'opinion commune. Eclairé par M. Morgagni, il a trouvé que, comme le dit cet habile homme, la biſurcation prétendue du Sinus longitudinal ſupérieur n'eſt point telle que la liqueur ſe partage également dans les deux latéraux, que preſque toûjours le Sinus longitudinal ſu-

ſupérieur n'eſt proprement continu qu'avec le latéral droit, qui reçoit la plus grande partie de la liqueur, que le gauche reçoit principalement celle du Torcular, qui ne ſe décharge que dans ce Sinus gauche, un peu après qu'il s'eſt ſéparé du Longitudinal; & en effet à l'égard de ce dernier point, M. Garengeol remarque qu'il ne ſeroit pas poſſible que le Torcular ſe déchargeât dans le confluent du Longitudinal & de ſes latéraux, parce qu'il y trouveroit une liqueur dont le cours ſeroit contraire au cours de la ſienne.

CEtte année parut un Ouvrage de M. Helvetius, intitulé *Eclairciſſement concernant la maniere dont l'Air agit ſur le Sang dans les Poumons*, &c.

Nous avons parlé en 1718 * d'un nouveau Syſtême de M. Helvétius ſur cette matiere. Le fondement en eſt une découverte, dont il s'eſt crû le premier Auteur, que les Veines du Poumon ſont en moindre nombre, & ont en total moins de capacité que les Arteres du Poumon, au lieu que dans le reſte du Corps humain c'eſt le contraire; tous les Anatomiſtes conviennent que les Veines y ſont en plus grand nombre, & ont plus de capacité en total que les Arteres. Il faut encore ajoûter, que l'Oreillette gauche du Cœur & le Ventricule gauche qui répondent aux Veines Pulmonaires ont auſſi moins de capa-

* pag. 21. & ſuiv.

pacité que l'Oreillette droite & le Ventricule droit qui répondent aux Arteres. De-là M. Helvétius avoit conclu que la quantité de Sang qui avoit passé de la partie droite du Cœur dans les Arteres Pulmonaires étant la même que celle qui devoit entrer dans les Veines Pulmonaires, & de-là dans la partie gauche du Cœur, & tous les Vaisseaux du côté droit étant plus grands que ceux du côté gauche, il falloit nécessairement que cette liqueur reçût du côté gauche un changement qui lui fît occuper moins d'espace; que par conséquent elle s'y condensoit, & que c'étoit-là l'effet de l'action de l'Air sur le Sang dans les Poumons; ce qui ne pouvoit guere paroître que fort paradoxe. On en a vû une plus ample explication en 1718.

Ce Système a été attaqué par M. Michelotti, célebre Médecin de Venise, aussi grand Géometre que s'il n'avoit aucune autre occupation, connu de tous les Savans par un grand ouvrage *De Separatione Fluidorum in Corpore Animali*, imprimé à Venise en 1721, où il a mêlé à une solide Physique une fine Géometrie. Il a mis ses Objections à M. Helvétius dans la forme d'une Lettre Latine, qu'il a fait l'honneur au Secretaire de l'Académie de lui adresser. L'Ouvrage de M. Helvétius dont il s'agit, n'est fait que pour répondre à M. Michelotti.

Pour peu qu'on ait d'idée du Sujet en question, on jugera d'abord qu'il ne peut être que fort compliqué, & d'autant plus qu'une contestation complique encore tout, parce qu'elle jette naturellement dans des détails.

mais plus exacts, ou plus vetilleux. Ainsi nous n'en détacherons que ce qu'il y aura de plus simple & de plus clair.

M. Michelotti convient de l'inégalité des deux especes des Vaisseaux Sanguins du Poumon; seulement, comme il a une grande & vaste érudition, il trouve qu'elle a déja été marquée dans les Tables Anatomiques de Drack, Auteur Anglois. M. Helvétius assûre qu'il ne les connoissoit point; d'ailleurs il observe que ni Drack, ni personne après lui, n'a fait aucun usage de cette découverte, & il conjecture que l'Anatomiste Anglois a simplement représenté ce qu'il voyoit par la dissection, sans y faire d'attention plus particuliere. Indépendamment de ce point de fait, M. Michelotti objecte que l'inégalité des Vaisseaux du Poumon ne conclud pas que le Sang doive être condensé dans ceux qui sont plus petits, mais seulement que selon les loix de l'Hydrostatique il y coulera plus vîte.

M. Helvétius soûtient que le Sang ne peut couler plus vîte dans ces Vaisseaux plus petits, qui sont les Veines Pulmonaires. Le principe de tout le mouvement du Sang dans le Poumon est la contraction du Ventricule droit du Cœur, qui le chasse dans les Arteres Pulmonaires, & ensuite la contraction de ces Arteres qui le chassent dans les Veines. Or combien le mouvement imprimé d'abord au Sang est-il affoibli par les frottemens sans nombre qu'il essuye dans les Arteres, & par les changemens presque continuels de la direction de son cours dans des

Vaiſſeaux auſſi tortueux qu'elles le ſont certainement? Et quoiqu'elles lui rendent quelque mouvement par leur contraction & leur élaſticité, il entre de-là dans les Veines, Vaiſſeaux qui ne ſont pas moins tortueux, & qui n'ont point de contraction ni de reſſort pour l'aider; de ſorte que quand il auroit eu dans les Arteres toute la vîteſſe qu'il avoit reçûe du Ventricule droit, il en perdroit néceſſairement une partie dans les Veines Pulmonaires. Si l'on dit que l'Air mêlé dans le Poumon hâte le cours du Sang des Veines, il ne doit pas moins hâter le cours de celui des Arteres, ainſi tout ſera égal ſur ce point-là.

Quoique les Vaiſſeaux du côté gauche du Cœur, auſſi-bien que les Veines Pulmonaires qui leur répondent, ayent moins de capacité que les Vaiſſeaux du côté droit & les Arteres Pulmonaires, M. Michelotti croit que tout le Sang ſorti du Ventricule droit pourra être reçû dans le gauche, parce que ce gauche ſe dilatera ſuffiſamment; & pour exemple de deux Vaiſſeaux inégaux, dont le moindre ne laiſſe pas de contenir tout le Sang de l'autre, il apporte l'Oreillette droite du Cœur plus grande que le Ventricule droit où elle verſe le Sang qu'elle contient, & qui n'eſt ni plus ni moins condenſé dans l'un de ces Vaiſſeaux que dans l'autre.

La principale réponſe de M. Helvétius eſt, que ſi le Ventricule gauche recevoit continuellement plus de Sang qu'il n'en peut contenir naturellement, ſon reſſort ſeroit peu-à-peu forcé, & il acquerroit une étendue égale

le à celle du Ventricule droit, ce qu'on n'obſerve jamais; au contraire dans les Cadavres dont le Cœur ſe trouve fort gros & fort gonflé, c'eſt preſque toûjours le ſeul Ventricule droit qui eſt extrêmement tendu, & le gauche demeure dans ſon état ordinaire, apparemment parce que ſes Fibres conſtamment plus fortes, le rendent moins capable de dilatation.

Quant à l'exemple de l'Oreillette droite & de ſon Ventricule, M. Helvétius prétend qu'il ne tire point à conſéquence pour le Ventricule droit & le gauche. Les Ventricules ſont des cavités déterminées & fermées, d'où le Sang qui y eſt une fois tombé de l'Oreillette correſpondante, ne peut refluer, ni ſortir que par ſon Artere. Mais les Oreillettes qui s'abouchent chacune dans ſon Ventricule ſont ouvertes du côté de leur Veine, dont elles ne ſont chacune qu'un prolongement; le Sang qui ne peut pas entrer dans le Ventricule, a la liberté de refluer dans la Veine, ou plutôt, de l'Oreillette plus grande que le Ventricule il n'entre dans le Ventricule que le Sang qui peut y être contenu. Ainſi le Ventricule droit peut ne pas contenir tout le Sang de ſon Oreillette, mais il ne ſe peut que le Ventricule gauche ne contienne tout le Sang du droit.

Il eſt établi que le Sang des Arteres eſt plus fluide que celui des Veines, & dans le Syſtême de M. Helvétius celui des Veines eſt plus raréfié. Il a ſoûtenu, non qu'une liqueur fût toûjours moins fluide quand elle étoit plus raréfiée, mais qu'il y avoit des

cas où elle pouvoit être plus rarefiée & moins fluide. Comme c'eſt-là un point aſſés délicat, & ſur lequel M. Helvétius trouve que M. Michelotti n'a pas tout-à-fait pris ſa penſée, il en donne une nouvelle & plus ample explication. Quand on fait mouſſer des liqueurs, telles que le Lait, l'eau de Savon, le Chocolat, certainement la mouſſe en eſt plus raréfiée & moins fluide que le reſte de la liqueur qui demeure coulant. Ces liqueurs propres à mouſſer ſont compoſées de parties aqueuſes & de parties huileuſes, hétérogenes les unes par rapport aux autres, & peu diſpoſées à s'unir. La fluidité du tout vient de ce que ces parties hétérogenes ont pris entre elles le plus d'union, le plus de liaiſon qu'il ſoit poſſible, & ſe ſont miſes dans l'arrangement où elles apportent le moins d'obſtacle à leurs mouvemens reſpectifs. Faire mouſſer ces liqueurs, c'eſt ſéparer autant qu'il ſe peut les parties huileuſes des aqueuſes, étendre davantage les huileuſes, qui auparavant étoient repliées, les accrocher les unes avec les autres plus qu'elles ne l'étoient; d'où il ſuit, & qu'elles ne laiſſent plus autant de liberté au mouvement des parties aqueuſes, & qu'il ſe forme de plus grands interſtices tant entre les parties huileuſes miſes plus au large, qu'entre les huileuſes & les aqueuſes plus ſéparées, c'eſt-à-dire en un mot, que cette mouſſe eſt une liqueur moins fluide & plus raréfiée.

Le Sang artériel eſt conſtamment plus rouge que le veineux. Selon le ſentiment de M. Helvétius, le Sang veineux eſt plus agité, plus raréfié que l'artériel; donc cette

plus

plus grande agitation ou raréfaction ne lui donne pas dans cette hypotheſe la rougeur de l'artériel. Cependant M. Michelotti dit que du Sang veineux reçû dans un Vaiſſeau, étant de ſon rouge foncé ou de ſon noir ordinaire, devient d'un beau rouge, pourvû qu'on l'agite. M. Helvétius convient du fait, mais il nie que l'agitation en ſoit la cauſe immédiate; c'eſt que par-là le Sang veineux eſt plus expoſé à l'Air dans toutes ſes parties, plus pénétré d'Air, & c'eſt l'Air qui dans ſon Syſtême fait la rougeur du Sang. Il change très-promptement le Sang veineux en Sang artériel quant à la couleur. Que l'on tire du Sang veineux par une très-petite ouverture, afin que le filet qui ſortira rencontre plus d'Air que ne feroit un plus gros jet, & que dans ce même deſſein on reçoive ce Sang, non dans une poëlette, mais ſur une aſſiette platte, il ſera auſſi vermeil que du Sang artériel.

En voilà aſſés pour donner quelque idée inſtructive des *Eclairciſſemens* de M. Helvétius. Toute cette conteſtation peut encore donner une inſtruction importante, c'eſt ſur l'honnêteté & la politeſſe qui devroit être dans les diſputes des Savans. Les deux habiles Adverſaires en ont exactement ſuivi toutes les règles, & ce ſont en effet les plus habiles qui les ſuivent le mieux. Autrefois on en étoit ſi éloigné, que c'étoit un ſcandale & une honte pour la Science & pour l'Humanité même; mais encore aujourd'hui qu'on n'oſeroit plus prendre ce ton extravagant, la vraye politeſſe n'eſt pas trop commune.

M. Helvétius a joint à ſes *Eclairciſſemens* une Lettre Latine adreſſée à M. Winſlow, *Sur la Structure de la Glande.* Mais cette Lettre entre dans un détail trop particulier d'Anatomie, & preſque tout ce que nous en pourrions rapporter, nous l'avons déja dit dans quelques Hiſtoires précédentes, principalement dans celles de 1711 * & 1712 †.

CE fut auſſi en cette même année que parut un Livre de M. Morand, intitulé *Traité de la Taille au Haut Appareil*, &c. La maniere ordinaire de tailler de la Pierre s'appelle *au grand Appareil*, par oppoſition à une autre moins pratiquée, qu'on nomme *au petit Appareil*, parce qu'elle demande moins d'Inſtrumens. Nous avons parlé en 1699 ‡ d'une troiſieme maniere qui porte le nom de *Frere Jacques*, ſon inventeur. On la nomme auſſi *opération latérale.* Nous ne définiſſons point ici toutes ces opérations, ni nous n'expliquons en quoi elles conſiſtent, parce qu'il faudroit un détail trop particulier & trop exact d'Anatomie & de Chirurgie, & qu'en pareille matiere les connoiſſances générales n'en ſont point; à peine les plus profondes & les plus recherchées ſuffiſent-elles. Nous ne voulons que faire une hiſtoire fort abrégée, qui ne laiſſe pas d'intéreſſer le Public.

La Taille au petit Appareil a été inventée & décrite par Celſe, qui vivoit dans le 1er. Siecle de l'Egliſe. On croit communément que

* p. 24. & ſuiv. † p. 34. & ſuiv. ‡ p. 34.

que ſous le regne de Louis XI il ſe fit en France ſur un Criminel une expérience de la Taille qui réuſſit; mais elle eſt ſi mal rapportée par les premiers Hiſtoriens, apparemment fort ignorans en Chirurgie, qu'on ne peut pas même s'aſſûrer qu'elle fût faite pour la Pierre de la Veſſie, quoique l'opinion commune ait voulu depuis l'entendre en ce ſens-là.

Si ce fut l'opération de la Pierre, elle fut au petit Appareil, car le grand n'a été inventé que vers l'an 1500, par Romanis, Médecin de Crémone, & publié par ſon diſciple Marianus en 1522.

En 1560 Pierre Franco, Chirurgien Provençal, voulant tirer la Pierre à un Enfant de Lauſanne âgé de deux ans, fut obligé par les circonſtances à une opération nouvelle, dont il étoit lui-même effrayé, & qui eſt ce qu'on appelle aujourd'hui le *Haut Appareil*. Il y réuſſit, & cependant il ne veut pas qu'on l'imite jamais. Le ſujet de cette terreur étoit que par cette opération on fait une playe à la ſubſtance de la Veſſie, & qu'Hippocrate, & par conſéquent après lui une longue & innombrable ſuite de Médecins, avoient décidé que les playes de la Veſſie étoient néceſſairement mortelles.

Il arriva pourtant que 20 ans après Franco, Roſſet, Médecin François, guidé par la ſeule force de ſon génie & de ſes grandes connoiſſances Anatomiques, car on croit qu'il ne connoiſſoit pas encore l'opération de Franco, eut le courage de juger que le Haut Appareil étoit poſſible; mais il n'alla pas

juſqu'à l'éprouver, ſoit par un reſte de défiance, ſoit bien plutôt faute de trouver des Malades qui s'y vouluſſent expoſer.

Le Haut Appareil, dont on n'avoit vû aucun ſuccès que celui de Franco, condamné par Franco même, tomba donc dans l'oubli, ſi ce n'eſt qu'il en reſta dans quelques Livres quelque idée fort confuſe, & on ne pratiqua d'opération que celle du grand ou du petit Appareil, juſque vers la fin du Siecle paſſé, que le Frere Jacques en apporta à Paris une nouvelle qui avoit beaucoup de réputation en Franche-Comté. Mais cette réputation fut entierement détruite à Paris, ce qui n'empêcha pas que M. Rau, célébre Profeſſeur en Anatomie & en Chirurgie à Leyde, ne ſongeât à rectifier cette Méthode, & il en vint heureuſement à bout. Aujourdhui elle ne porte preſque plus que ſon nom, qu'on a ſubſtitué à celui du premier Inventeur.

Peut-être cette nouveauté fut-elle l'occaſion qui tourna les eſprits du côté de cette ſorte de recherche; d'ailleurs l'opération latérale de M. Rau, telle du moins qu'elle a été décrite après ſa mort, avoit beaucoup de difficulté. M. Douglas, très-habile Chirurgien Anglois, fut le premier qui ayant ramaſſé tout ce qu'il put trouver de lumieres éparſes çà & là ſur le Haut Appareil, auxquelles il joignit les ſiennes, renouvella en 1719 cette opération oubliée, & qui, à proprement parler, n'avoit point encore été une opération. On peut bien juger qu'il eut à eſſuyer les deſagrémens, les difficultés, les oppoſitions attachées à toute nouveauté, mais en-

encore plus à une nouveauté dangereuſe pour la vie des hommes. Il fut juſtifié par le ſuccès. M. Cheſelden, autre grand Chirurgien de la même Nation, le ſuivit auſſi-tôt, & en peu de tems quelques autres groſſirent le nombre des Novateurs. De 31 Malades taillés en peu d'années ſelon cette Méthode, il n'en mourut que cinq. Le courage de tant de Malades, qui ſe livrerent à une opération nouvelle de cette eſpece, n'eſt pas moins remarquable que l'heureuſe audace des Chirurgiens.

Il s'eſt fait en Angleterre pluſieurs bons Ecrits ſur ce ſujet, ils contiennent principalement tous les détails inſtructifs des Opérations & des Cures; M. Morand en donne dans le Livre dont nous parlons ici, ou des traductions, ou des extraits. Enſuite il rapporte une Opération qu'il a faite lui-même au Haut Appareil, & quoique la fin en ait été malheureuſe, il la rapporte ſans craindre de la décréditer, parce qu'il a été avéré que le Malade, qui mourut le 41me jour, mourut par ſa faute. Il donne auſſi la relation d'une autre Taille au Haut Appareil faite heureuſement ſur un Enfant de 4 ans par M. Berrier, Chirurgien de St Germain en Laye.

Il y faut joindre une ſeconde opération faite depuis le Livre de M. Morand à un autre Enfant de 13 à 14 ans par le même M. Berrier; l'Académie a vû les deux Enfans en très-bonne ſanté. Voilà tout ce qui s'eſt fait en France juſqu'à préſent de Tailles au Haut Appareil. Le génie leger & vif de la Nation eſt pourtant circonſpect dans les occaſions importantes.

Le

Le Livre de M. Morand finit par une Lettre que M. Winſlow lui adreſſe ſur de nouvelles attentions, de nouvelles précautions qu'il a imaginées pour le Haut Appareil, auxquelles il joint des Remarques curieuſes & inſtructives ſur quelques matieres qui ſe préſentent en ſon chemin. M. Morand avoit déja ſimplifié la Méthode Angloiſe, mais en pareille matiere on ne ſauroit rechercher le mieux avec trop de ſcrupule, il ne peut y avoir de minutie.

M. Morand n'eſt pas ſi prévenu pour le Haut Appareil, qu'il le voulût préférer en toute occaſion. Il a cherché, & c'eſt là une des grandes utilités de ſon Livre, à diſtinguer les cas plus convenables à l'opération ordinaire, ou à la nouvelle. L'avantage eſt grand d'en avoir pluſieurs, & il faudroit, s'il étoit poſſible, empêcher que l'uſage plus déclaré pour l'une, ne nous privât de l'autre. M. Morand a vérifié à Londres que les Anglois avoient abandonné le Haut Appareil, excepté M. Douglas ſeul, qui le ſoûtient toûjours. M. Cheſelden croit l'opération latérale meilleure, mais en l'entreprenant il a pluſieurs fois déclaré que ſi elle ne lui réuſſiſſoit pas, il retourneroit plutôt au Haut qu'au Grand Appareil.

M. Douglas a traduit en Anglois ce que M. Morand, traducteur de l'Anglois en partie, avoit mis de nouveau dans ſon Livre. Les langues des Nations ſavantes ne ſauroient trop pratiquer entre elles ce commerce & ces échanges.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Maloët ſur une Anquiloſe ſinguliere.

† Et les Obſervations de M. Deſlandes ſur des Vers d'une eſpece ſinguliere.

* V. les M. p. 283.
† V. les M. p. 565.

CHIMIE.

SUR LES HUILES ESSENTIELLES DES PLANTES. *

CETTE matiere a déja été traitée dans l'Hiſt. de 1721 †. M. Geoffroy le cadet la continue, après l'avoir plus approfondie par des expériences & des réflexions nouvelles. Il s'agit de la rectification des Huiles eſſentielles des Plantes, c'eſt-à-dire, de les avoir dans un état où elles s'alterent & ſe corrompent le moins, & le plus lentement qu'il ſoit poſſible, ou de les y remettre auſſitôt qu'on s'apperçoit de l'altération. Il eſt bon de connoître les ſignes de cette altération naiſſante, parce qu'on ne peut y remédier

* V. les M. p. 124. † p. 47. & ſuiv.

dier trop tôt. Hofman a remarqué que s'il y avoit de l'écriture au papier qui coiffe les Bouteilles, elle s'effaçoit, & M. Geoffroy a observé de plus que les Bouchons de Liege commençoient à changer de couleur, & devenoient d'un blanc jaunâtre. On voit assés que ces effets doivent être rapportés aux Acides les plus volatils des Huiles essentielles, qui se développent & s'en séparent avec le tems.

La maniere de rectifier les Huiles essentielles, donnée en 1721 par M. Geoffroy, étoit bonne pour celles dont on a facilement une assés grande quantité : nous avons dit que l'Esprit de vin, employé pour intermede, en gardoit toûjours une portion, qui étoit *autant de perdu pour l'Essence*. M. Geoffroy donne à présent pour les Huiles rares une autre méthode, où il n'entre point d'intermede. Le fin consiste en ce que les parties les plus ténues de l'Huile, qui seules & par elles-mêmes ne s'éleveroient pas assés par la chaleur, rencontrent en leur chemin, dès qu'elles commencent à s'élever, la vapeur d'une eau chaude, qui leur aide à monter jusqu'à un Réfrigérent, d'où elles retombent dans un Récipient, qui les rassemble. Il reste après la rectification une résidence épaisse, saline, en consistence de Baume. C'est-là ce qu'il a fallu séparer de l'Huile essentielle, c'est-là ce qui l'auroit gâtée, peut-être en peu de tems, mais toûjours dans un tems beaucoup moindre que celui qu'il faudra desormais.

M. Geoffroy paroît avoir été surpris de la quan-

quantité de réſidence que lui a laiſſée une Eſſence de Bergamotte qu'il avoit premierement diſtillée lui-même avec tous les ſoins & toutes les précautions poſſibles pour l'avoir bien pure. La réſidence de plus de 3 Onces d'Eſſence a été de ½ gros.

Les Huiles eſſentielles ont toûjours par la diſtillation quelque odeur d'empireume. Apparemment les parties des Plantes qu'on diſtille, les plus proches des parois de la Cucurbite, & par conſéquent les plus attaquées par le feu, ſe grillent, ſe rotiſſent, & prennent un goût de brûlé qu'elles communiquent au reſte. La réſidence que laiſſe la rectification de M. Geoffroy tient encore de cet empireume, mais l'Huile rectifiée n'en a plus rien, ce qui eſt un avantage conſidérable.

Un autre avantage de cette réſidence, c'eſt qu'elle découvre les mêlanges frauduleux qu'on auroit faits à l'Huile eſſentielle, elle offrira preſque aux yeux les différentes matieres dont on l'auroit ſophiſtiquée, ſoit des Huiles groſſieres tirées par expreſſion, ſoit des Huiles moins précieuſes, ſoit de l'Eſprit de vin, car ce ſont là les trois ſeules fraudes poſſibles.

La réſidence eſt une concrétion des Sels eſſentiels de l'Huile les plus fixes, avec les parties huileuſes les plus groſſieres, & les plus fixes auſſi; & quand cette réſidence a été ſéparée de l'Eſſence, il ne laiſſe pas d'y reſter encore dequoi faire avec le tems une réſidence nouvelle, mais en moindre quantité. Des Sels moins fixes que ceux qu'on a d'abord

d'abord ſéparés, s'uniront avec des parties huileuſes, ou, ce qui revient au même, des Sels eſſentiels d'abord volatils perdront leur volatilité, parce qu'une partie de l'humeur aqueuſe s'étant évaporée, ils ne ſeront plus aſſés ſoûtenus, & en effet l'Huile en vieilliſſant perd de ſa fluidité.

De-là naît un phénomene aſſés ſurprenant. M. Geoffroy a obſervé que l'Huile d'Anis, d'autant moins fluide qu'elle eſt plus vieille, en eſt en même tems d'autant moins ſujette à ſe figer par le froid. C'eſt qu'afin que le froid la fige, il faut qu'il uniſſe étroitement, qu'il colle à des parties huileuſes des Sels eſſentiels, qui n'y étoient pas encore unis, & cauſe par-là une eſpece de criſtalliſation. Or le froid trouve cette opération déja toute faite dans l'Huile d'Anis, qui a ſuffiſamment vieilli, & il n'en peut faire que ce qui en reſte à faire dans celle qui eſt moins vieille. Il y a des Huiles, comme celles de Roſes, d'*Enula Campana*, de Laurier-Ceriſe, qui ſont figées preſque en toût tems, apparemment parce que leurs Sels eſſentiels étant en moindre quantité que dans l'Huile d'Anis par rapport à la quantité des parties huileuſes, ils rencontrent toûjours aſſés de ces parties pour s'y attacher, & ſe criſtalliſer.

Nous avons parlé en 1727 * des expériences de M. Geoffroy ſur le froid & le chaud des Liqueurs; la recherche préſente l'a conduit naturellement à les reprendre. Selon le raiſonnement phyſique que nous venons de faire d'après lui, une Eſſence d'Anis plus vieille devoit faire baiſſer davantage le Thermo-

* p. 162.

mometre, puiſque cette Eſſence avoit moins de mouvement de fluidité, & c'eſt ce qui eſt arrivé effectivement. Elle devient par le tems une eſpece de Savon où les Sels ſont concentrés avec l'Huile; & le Savon ordinaire, quoique mêlé avec l'Eſprit de vin, fait toûjours baiſſer le Thermometre, au lieu qu'il hauſſe par le mêlange de l'Eſprit de vin & de l'Eau, ainſi qu'il a été dit en 1727. Cela indique aſſés la route qu'il faudra ſuivre pour appliquer le petit Syſtême phyſique à pluſieurs autres faits, malgré les variétés qu'on y pourra trouver. Aſſés ſouvent ces variétés étonnent d'abord, & puis confirment.

SUR LES DIFFERENS VITRIOLS, ET SUR L'ALUN. *

LEs Chimiſtes ſavent depuis un tems, que la baſe du Vitriol vert eſt un Fer, & celle du Vitriol bleu un Cuivre, diſſous l'un & l'autre par un même Acide; l'Art eſt parvenu à imiter parfaitement ces deux productions naturelles. M. Geoffroy le cadet, en répétant pour une plus grande confirmation quelques-unes des opérations qui ont été faites à ce ſujet, a trouvé que ſur 4 onces de Vitriol vert, il y en avoit 2 d'eau, 2 de Fer & 1 d'Acide.

Il a voulu découvrir la compoſition d'une autre eſpece de Vitriol, qui eſt blanc, & vient

* V. les M. p. 425.

vient de Goſlar en Allemagne, car à l'égard d'une 4me eſpece, qui eſt vert-bleuâtre, on ſe tient ſûr que la baſe en eſt un mêlange de Fer & de Cuivre, où le Fer eſt en plus grande doſe. M. Geoffroy a eu quelques indices pour ſoupçonner que la Calamine étoit une des matieres qui entroient dans la compoſition du Vitriol blanc. C'eſt une Pierre qui ſe trouve ſouvent dans les mêmes lieux où ſont les Mines de Cuivre, ainſi elle paroît propre à ſe mêler dans la compoſition des Vitriols en général, & à l'égard du blanc en particulier; il y a des Montagnes entieres de Calamine aux environs de Goſlar. Ce Minéral ayant été diſſous dans un Acide, enſuite bien deſſéché, & expoſé à l'air, a pouſſé des fleurs ſalines, blanches, & aſſés ſtiptiques, ce qui ſembloit promettre un Vitriol blanc; mais après un long tems le Vitriol qu'elles ont produit n'a été que que verdâtre. Ainſi juſqu'à préſent le Vitriol blanc n'eſt pas connu, c'eſt-à-dire ſa compoſition.

Celle de l'Alun ne s'eſt pas dérobée de même à M. Geoffroy. Il a découvert ſûrement que ſa baſe eſt une terre *bolaire*, il faut toûjours ſouſentendre, diſſoute par un Acide. Les *Bols* ſont des terres graiſſeuſes, douces au toucher, & fragiles. Des morceaux de Pipes de Hollande, faites de ces ſortes de terres, des morceaux même de nos Poteries communes non vernies, qui s'imbibent bien de l'Acide, parce que le feu, qui les a cuites, a ouvert leurs pores, ont donné de vrais Criſtaux d'Alun. Il eſt de plus à remarquer qu'au bout de deux ans les Pipes ont pouſſé des

des filets ſoyeux, ſemblables à ceux de l'*Alun de Plume*, & qui ont végété & augmenté à l'air.

Cela s'offre heureuſement pour confirmer ce que nous avions dit en 1724 * d'après M. Geoffroy, que la matiere de l'Alun devoit ſe trouver dans le Verre dont on avoit fait de mauvaiſes Bouteilles, qui gâtoient le Vin. Ce qui n'étoit alors que deviné, eſt préſentement vû; cette ſorte de terre, qui eſt la baſe de l'Alun, étoit mêlée dans le Sable dont on s'eſt ſervi, & comme elle eſt ſuſceptible de l'action des Acides, dès que ceux du Vin l'ont rencontrée il s'en eſt enſuivi le deſordre dont il s'agiſſoit.

La Chimie ſait tirer également ou le Fer contenu dans le Vitriol vert, ou le Cuivre contenu dans le bleu. L'Acide qui a diſſous l'un & l'autre, agit plus aiſément ſur le Fer que ſur le Cuivre, & ſi on préſente à des lames de Fer du Vitriol bleu bien diſſous & bien étendu dans de l'eau chaude, l'Acide de ce Vitriol abandonnera ſon Cuivre, & ira ronger le Fer avec une fermentation ſenſible. Les lames de Fer ſe couvrent alors de particules de Cuivre, particules que l'on en peut même détacher aiſément pour en faire par la fonte des lingots de Cuivre rouge bien pur, & ſi l'on a bien envie de trouver une tranſmutation de métaux, comme il n'arrive que trop ſouvent, on peut croire, ou dire du moins que le Fer a été changé en Cuivre: mais l'erreur ou la tromperie ſeroit groſſiere, & M. Geoffroy prouve de plus qu'elle ſeroit inu-

* p. 57. & ſuiv.

inutile, & ſans profit, ce qui eſt le plus déciſif par rapport à ceux qui promettent des tranſmutations, ou à qui on en fait eſpérer : mais les Chimiſtes habiles & ſinceres courent riſque d'être toûjours crûs trop tard.

OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

M. Le Févre, Médecin d'Uzès, Correſpondant de l'Académie, de qui il a déja été parlé en 1725 *, a envoyé la maniere de faire un nouveau Phoſphore, qui s'enflâme par être ſimplement préſenté à l'air.

Il eſt compoſé de demi-once de Limaille de Fer nouvellement faite, 2 Gros de Soufre commun, & 6 Gros d'Eau commune; on y peut ajoûter 10 Grains de Colophone. Ces matieres ayant été peſées, & miſes à part, on pilera dans un petit Mortier environ un demi-Gros du Soufre peſé, & on y mettra la Colophone, ſi on en employe, pilée de même, & enfin le reſte du Soufre. Lorſqu'on aura une poudre bien ſubtile, on y ajoûtera la Limaille de Fer, & on mêlera bien le tout enſemble, juſqu'à ce que le Fer ne paroiſſe plus, & que la couleur ſoit bien égale partout. On ajoûtera alors 15 ou 20 Grains de l'Eau peſée, on pilera bien le tout enſemble, on remettra un inſtant après la même quantité d'Eau, ou quelque peu davantage, enfin juſ-

* p. 5.

juſqu'à ce que le mêlange ſoit en conſiſtence de pâte ſolide, s'écraſant facilement ſous les doigts, ſans être cependant trop humecté. La matiere ainſi préparée, on la mettra ſur le champ dans un Matras qui puiſſe contenir 2 ou 3 Onces, & on verſera deſſus de l'Eau peſée juſqu'à ce qu'elle ſurnage de 1 ou 2 lignes; cette matiere demeure précipitée au fond du Matras, & reſſemble à une poudre grumelée. On mettra enſuite le Matras à un feu de Sable, tel que la main puiſſe facilement ſupporter la chaleur du Matras. Dès que la matiere commencera à s'échauffer, elle fermentera, noircira, ſe gonflera; il faut alors y ajoûter quelques gouttes d'eau, & la remuer en tous ſens avec un fil de Fer; on continuera de même de quart d'heure en quart d'heure, mettant toûjours quelques gouttes d'eau, & lorſqu'elle ſera toute employée, le mêlange ſera devenu très-noir & liquide: on le laiſſera en cet état repoſer quelques heures, & même toute une nuit, ſans feu, & ſans y toucher. C'eſt-là la premiere partie de l'opération, & celle qui demande le plus de ſoin. Sur-tout il faut prendre extrêmement garde que le feu ne ſoit trop fort, & il vaudroit mieux qu'il fût un peu trop foible, car il eſt eſſentiel que le Soufre qu'on employe ne ſe brûle pas. De plus, la matiere ſe gonfleroit trop par une fermentation violente, & ſortiroit par le col du Vaiſſeau.

Pour achever l'opération, on verſe ſur la matiere repoſée un peu d'eau qui y ſurnage, on met le Matras à un feu de Sable plus fort que le précédent, & on reconnoîtra qu'il

l'eſt aſſés, lorſqu'on verra ſortir par le col du Matras une vapeur humide. On continuera le feu en cet état une heure & demie ou deux heures, afin de faire évaporer la plus grande partie de l'humidité, & on jugera qu'elle eſt aſſés évaporée, lorſqu'en introduiſant le fil de Fer dans le Matras, on ſentira un peu de réſiſtance, & que la matiere qu'on retirera avec ce fil ſera un peu ſolide & grumelée ſans être humide. Alors tout eſt fait. Il faut que la fin de l'opération ſoit préciſément le moment où la matiere eſt aſſés dépouillée d'humidité, paſſé cela on retomberoit dans l'inconvénient irréparable que le Soufre ſe brûleroit. Pour le prévenir, il vaut mieux retirer un peu trop tôt le Matras du feu, pour éprouver ſi le Phoſphore eſt fait, & quand il ne le ſera pas encore, remettre le Matras pour un peu de tems.

Ce Phoſphore eſt la matiere contenue dans le Matras. On en détache avec le fil de Fer quelque petit morceau qu'on fait tomber ſur du papier. En peu de tems ce morceau s'allume à l'air, s'embraſe, & brûle le papier, comme fait le Phoſphore de M. Homberg, dont nous avons parlé en 1710 *.

L'opération eſt délicate, & aſſés aiſée à manquer, quoique nous ne l'ayons décrite que ſelon la derniere maniere, où M. le Fevre l'a amenée après tous les tâtonnemens indiſpenſables. Mrs. Geoffroy le cadet & du Fay l'ont vérifiée. Le deſſein de toute la manipulation eſt de diviſer très-finement, & de mêler intimement du Fer & du Soufre, matieres

* p. 71. & ſuiv.

tieres naturellement très-disposées à fermenter ensemble, & à s'allumer par la fermentation, & de les mettre dans une disposition si prochaine à la fermentation qui les allumeroit, que l'air seul suffise pour la causer par l'humidité qu'il apportera, & qui sera avidement reçûe. Il est évident que si dans le cours de l'opération le Soufre étoit brûlé par un trop grand feu, il n'y auroit plus aucun effet à esperer. Le Soufre doit être seulement tout près de l'inflammation.

Dans le Phosphore de M. Homberg il faut que la matiere soit calcinée, & à ces Phosphores, qui sont du genre de la Chaux, convient l'explication physique que nous avons donnée en 1712 *. Mais ici il n'y a point de calcination, puisque le Soufre ne doit pas être brûlé. Il est vrai cependant que de part & d'autre l'humidité de l'Air est l'Agent qui fait tout le jeu de l'inflammation.

Le Phosphore de M. le Fevre ressemble davantage au Tonnerre artificiel de feu M. Lémery, rapporté en 1700. †. On peut même croire que ce n'est au fond que la même expérience, mais executée d'une maniere plus fine, & dont l'effet est plus considérable.

II.

Le même M. le Fevre a envoyé à l'Académie un moyen qu'il a trouvé de dissoudre plus facilement le Tartre, ou son Cristal, que l'on nomme *Crême de Tartre*, ce qui seroit utile à la Chimie, & encore plus à la Mé-

* p. 52. & suiv. † p. 65. & suiv.

Médecine, parce que la difficulté de la diſſolution de la Crême de Tartre fait qu'on a de la peine à la faire prendre intérieurement. Il a éprouvé que 12 onces d'Eau bouillante ne peuvent diſſoudre que demi-once de Criſtaux entiers de Crême de Tartre. Si on les réduit en poudre fine, alors cette même quanté d'Eau bouillante en diſſoudra 7 dragmes; mais à meſure que l'Eau ſe refroidira, la matiere diſſoute ſe reformera en Criſtaux. L'opération qu'il propoſe n'eſt pas une diſſolution ſimple de la Crême de Tartre; mais elle a cela de ſingulier, qu'il employe pour cet effet un Sel preſque auſſi difficile à diſſoudre que la Crême de Tartre. Cependant ces deux Sels unis ſe diſſolvent, ſans qu'ils puiſſent par la ſuite reprendre leur premiere forme.

Il prend 4 onces de Criſtal de Tartre réduit en poudre très-fine, qu'il met dans un Matras de Verre mince qui tient chopine, qui puiſſe réſiſter au feu; il y ajoûte 2 onces de Borax pulvériſé groſſierement, avec 12 onces d'Eau commune. Il place le Vaiſſeau ſur le Sable, qu'il échauffe peu-à-peu juſqu'à faire bouillir la liqueur pendant un quart d'heure. Par cette ébullition le Criſtal de Tartre & le Borax ſe diſſolvent paiſiblement & ſi parfaitement, qu'ils ne reprennent plus de forme ſolide. La liqueur demeure claire, ſans avoir perdu l'acidité naturelle à la Crême de Tartre. Si au lieu de Criſtal de Tartre, l'on employe le Tartre crud, la diſſolution ſera rougeâtre, & il faudra la filtrer pour ſéparer la lie dont le Tartre ſe trouve toûjours

jours chargé. Si l'on évapore lentement la diſſolution de ces deux Sels, elle s'épaiſſira inſenſiblement, & deviendra preſque ſemblable à la Gomme de Prunier. Si on expoſe cette maſſe gommeuſe à l'humidité, elle s'y réſoudra peu-à-peu comme le Sel de Tartre. Il eſt très ſingulier que la Crême de Tartre, qui ſeule n'eſt pénétrable ni à l'Eau froide, ni à l'Eſprit de Vinaigre, ni à l'Eſprit de Vin, devienne ſoluble lorſqu'elle a été fondue avec le Borax. Cette opération ne peut guere manquer d'être utile, puiſque l'union de la Crême de Tartre avec ſon Sel fixe dans la préparation du Sel végétal, ou Tartre ſoluble, produit une préparation d'un auſſi grand uſage en Médecine que l'eſt un Sel apéritif & purgatif. Un autre avantage eſt de pouvoir conſerver à la Crême de Tartre diſſoute toute ſon acidité, en la rendant ſoluble par le Borax, au lieu que le Sel de Tartre détruit en fermentant l'Acide de la Crême de Tartre. M. le Fevre ſe ſert auſſi de l'opération du mêlange du Borax avec l'Huile de Vitriol, publiée par M. Homberg; mais il croit qu'il vaudra mieux unir un Acide végétal avec le Borax, que d'y joindre un Acide minéral trop fixe.

III.

La conſommation des Eaux fortes pour le Départ, eſt un objet de commerce aſſés conſidérable. Il y a même eu des tems où elles étoient montées à un très-haut prix, ſur-tout vers la fin de la Guerre derniere, où l'on

pouvoit à peine trouver du Salpêtre pour la fabrication de la Poudre; on étoit même obligé alors d'en faire venir des Pays étrangers; on en tiroit auſſi les Eaux fortes, & même quoiqu'aujourd'hui on les faſſe en ce Pays-ci, on ne laiſſe pas d'en tirer une grande partie de Hollande, & la conſommation en eſt fort grande en certains tems, comme dans les Refontes générales d'Eſpeces. Tout le monde connoît l'opération du Départ; on met dans l'Eau forte un mêlange d'Or & d'Argent fondus enſemble, l'Eau forte diſſout l'Argent, & laiſſe précipiter les parties d'Or en poudre noire; on met enſuite dans la diſſolution d'Argent, affoiblie par deux parties d'Eau commune, des lames de Cuivre, alors l'Acide s'unit au Cuivre, & abandonne l'Argent, qui ſe précipite en Chaux. Après cela l'Eau de la diſſolution s'appelle *Eau ſeconde*, & ordinairement on la jette comme n'étant plus propre à rien. Cependant dans les grands travaux, comme à la Monnoye, on en retire auparavant le Cuivre, en le faiſant précipiter par le moyen du Fer qu'on met dans l'Eau ſeconde. Quoique cette derniere précipitation ſoit moins exacte que les autres, on retire toûjours par ce moyen la plus grande partie du Cuivre, mais l'Eau forte eſt entierement perdue. Il eſt aſſés étonnant que dans le nombre prodigieux de recherches de toute eſpece qui ont été faites ſur cette matiere, on ne ſe ſoit point appliqué à retirer ces Eaux fortes; il faut qu'on l'ait crû ou trop difficile, ou de trop de dépenſe, pour l'avantage qui pouvoit en revenir.

nir. Il y a eu cependant en différens tems pluſieurs Artiſtes qui ont connu cette pratique, & s'en ſont ſervis; mais ils en ont fait un ſecret, & perſonne, que l'on ſache, n'en a écrit, ou ne s'en eſt ſervi publiquement dans aucun travail.

Le Sr Antoine Amand, dont M. du Fay tient pluſieurs opérations de Chimie aſſés ſingulieres, & entre autres la maniere de purifier l'Or, qui paſſe communément pour tenir de l'Emeril *, lui a appris une Méthode pour revivifier l'Eau forte. Il avoit demandé le ſecret, parce qu'il avoit en vue d'en faire un établiſſement utile pour lui, ce qu'il a fait avec beaucoup de ſuccès; depuis ce tems-là, il a permis à M. du Fay d'en faire part à l'Académie, & on a crû la choſe aſſés importante pour ne pas négliger de la rendre publique.

On ramaſſe dans pluſieurs Tonneaux l'Eau ſeconde chargée de Cuivre, c'eſt-à-dire, avant que de le faire précipiter par le moyen du Fer, on en remplit une grande Chaudiere de Cuivre placée ſur un Fourneau, & on la fait bouillir juſqu'à ce qu'il y en ait environ la moitié d'évaporée; on remet de nouvelle Eau ſeconde, on continue d'évaporer & de remplir la Chaudiere, juſqu'à ce que la fumée qui en ſort commence à avoir une odeur d'Eau forte. Si l'on ſavoit préciſément quelle quantité d'Eau commune on a jettée ſur la diſſolution d'Argent, ce ſeroit la meſure juſte de l'évaporation qu'il en faut faire, mais com-

* V. l'Hiſt. de 1727. p. 43.

comme le plus ſouvent on la met au hazard, il ſuffit de faire ceſſer le feu, lorſque l'on commence à appercevoir l'odeur d'Eau forte. Comme les Acides ſont chargés de Cuivre autant qu'ils le peuvent être, ils n'endommagent point la Chaudiere, où du moins ſi peu, que M. du Fay a vû la même ſervir pendant près d'un an à un travail preſque continuel.

On verſera par inclination ces Eaux ainſi évaporées dans des Cucurbites de Grès; il faut que ce ſoit par inclination, parce qu'on trouvera au fonds de la Chaudiere une petite portion d'Argent qui s'étoit encore ſoûtenue dans l'Eau ſeconde, & que la longue ébullition a fait précipiter; & c'eſt encore un avantage de cette opération, qui mérite d'être compté.

Au lieu des Cucurbites ordinaires, on ſe ſert fort commodément de ces grands Pots de Grès dans leſquels le Beurre ſalé arrive ordinairement à Paris, on les lute fort exactement, & on y adapte un Chapiteau de Grès, dont on enduit auſſi les jointures avec du lut. Comme les vapeurs s'élevent en abondance, & que cette diſtillation va fort vîte, il eſt bon que les Chapiteaux ayent un bec de chaque côté, afin d'y mettre deux Récipiens. Dans les grands travaux on place dans un Fourneau de Brique fait exprès ſix ou huit de ces Pots à côté l'un de l'autre, ils ſont enfoncés dans le Fourneau d'environ les deux tiers de leur hauteur, & ſoûtenus par le fond ſur des barres de Fer; le Fourneau eſt long & étroit, & on le ferme par en haut

avec

avec des Briques & du lut qui joignent ſes parois aux Pots, afin que la flamme ne puiſſe y paſſer, & on laiſſe ſeulement une ouverture au bout oppoſé à celui par lequel on met le bois; on met enſuite le feu au Fourneau ſans beaucoup de précautions, il faut ſeulement prendre garde qu'il ne ſoit pas trop violent dans les commencemens, parce que la liqueur s'éleveroit tout d'un coup, & paſſeroit dans le Récipient comme dans toutes les diſtillations, mais il n'y a qu'à l'entretenir de façon qu'elle bouille toûjours; on aura eu ſoin de n'emplir ces Pots qu'environ juſqu'aux deux tiers, & de mettre un peu d'Eau dans chaque Récipient, afin que les vapeurs ſe condenſent plus aiſément. Lorſqu'on aura diſtillé environ les trois quarts de l'Eau forte, on laiſſera éteindre le feu & refroidir les Vaiſſeaux; on délutera enſuite les Chapiteaux pour remettre dans les Pots de nouvelle Eau ſeconde, ce que l'on continuera ainſi trois ou quatre fois, afin de ne pas retirer ſi ſouvent les Pots du Fourneau, lorſqu'ils y ſeront une fois placés. A la fin, & lorſqu'on jugera qu'il peut y avoir dans chaque Pot environ le quart de ſa hauteur de Chaux de Cuivre, on pouſſera le feu plus vivement juſqu'à ce que le fond des Pots rougiſſe, & qu'on voye qu'il ne diſtille plus rien; on ceſſera le feu alors, & on retirera des Pots tout le Cuivre réduit en poudre noire, on mêlera enſemble les Eaux de tous les Récipiens, afin qu'elle ſoit toute égale; & comme preſque toûjours elle ſe trouve trop forte pour les uſages auxquels on l'em-

ploye ordinairement, on l'affoiblit avec de l'eau autant qu'on le juge à propos. Cette Eau forte revient à près de moitié meilleur marché que l'Eau forte ordinaire, en ne comptant le prix de l'Eau ſeconde que par la valeur du Cuivre qui y eſt, & que l'on retire preſque ſans aucune perte. Elle a encore un avantage ſur l'Eau forte ordinaire, c'eſt qu'elle ne contient point de Sel marin, & qu'on n'eſt pas obligé de l'en ſéparer comme on fait ordinairement, en faiſant diſſoudre une petite quantité d'Argent qui blanchit l'Eau forte, la trouble, & fait précipiter le Sel marin qu'elle contenoit; c'eſt un inconvénient que celle-ci n'a point, ce qui, quand toutes choſes ſeroient égales d'ailleurs, la doit faire préférer à l'autre.

La Chaux de Cuivre qu'on retire de cette opération eſt aſſés difficile à fondre, ſi l'on ſe ſert d'un Creuſet à l'ordinaire, parce qu'elle eſt déja dépouillée d'une partie de ſes Soufres, ayant été rougie au feu; il eſt même arrivé deux ou trois fois à M. du Fay de la calciner entierement, en voulant la fondre de cette maniere, & d'en faire un beau Verre opaque, brillant, dur, jaune, mêlé de veines noires, & ſemblable à de certaines Agathes. Mais voici la maniere de le fondre en peu de tems & avec beaucoup de facilité.

On met dans une bonne Forge, dont la Caſſe ſoit profonde & bien faite, du Charbon de bois qu'on allume bien, on y en remet de tems en tems de nouveau juſqu'à ce que la Caſſe ſoit rouge. On jette alors peu-à-peu la Chaux de Cuivre ſur les charbons, & on con-

continue de ſouffler fortement. Elle ſe fond alors ſans peine, & coule dans la Caſſe, où elle demeure en fuſion. On y en remet toûjours de nouvelle juſqu'à ce qu'elle ſoit toute employée. On laiſſe alors refroidir la Caſſe, & on trouve un culot de Cuivre, qu'on refond, ſi l'on veut, dans un Creuſet pour le remettre en lingots. Cette opération ſe pratique depuis près de deux ans à la Monnoye de Paris avec un avantage conſidérable.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. du Fay ſur la Teinture & la Diſſolution de pluſieurs eſpeces de Pierres.

† L'Ecrit de M. Lémery ſur le Borax.

‡ Et les Obſervations de M. Bourdelin ſur la Formation des Sels lixiviels.

* V. les M. p. 70.
† V. les M. p. 387.
‡ V. les M. p. 542.

BOTANIQUE.

SUR UNE MALADIE DU SAFFRAN. *

CETTE Maladie du Saffran a le plus terrible nom qu'elle puiſſe avoir; on l'appelle *la Mort* dans le Gâtinois, où l'on cultive beaucoup cette Plante. En effet elle tue infailliblement le Saffran, & de plus elle paroît contagieuſe, mais en rond; d'une premiere Plante attaquée, le mal ſe répand à celles d'alentour ſelon des circonférences circulaires qui augmentent toûjours, & on ne le peut arrêter que par des tranchées qu'on fait dans le Champ, pour empêcher la communication, à peu-près comme dans une Peſte. C'eſt dans le Printems, dans le tems de la Sève, & lorſque le Saffran devroit avoir plus de force pour réſiſter au mal, que ce mal fait ſes plus grands ravages.

Comme il peut cauſer des dommages conſidérables, M. du Hamel, à qui d'ailleurs la ſimple curioſité de Phyſicien auroit pû ſuffire, en étudia l'origine, & après un nombre de recherches, car il eſt très-rare que les premieres aillent droit au but, il la découvrit. Une Plante paraſite, qui ne ſort jamais de terre, & ne s'y tient guere à moins de

* V. les M. p. 140.

de demi-pied de profondeur, ſe nourrit aux dépens de l'Oignon du Saffran, qu'elle fait périr en tirant toute ſa ſubſtance. Cette Plante eſt un Corps glanduleux, ou Tubercule, dont il ſort des filamens violets, menus comme des fils, & velus, qui ſont ſes Racines, & ces Racines produiſent encore d'autres Tubercules; & puiſque les Plantes qui *tracent*, tracent en tous ſens, & que celle-ci ne peut que tracer, on voit évidemment pourquoi la maladie du Saffran s'étend toûjours à la ronde. Auſſi quand M. du Hamel examina un canton de Saffrans attaqués, il trouva toûjours les Oignons de ceux qui étoient au centre plus endommagés, plus détruits, & les autres moins à proportion de leurs diſtances. On voit pareillement pourquoi des tranchées rompent le cours du mal, mais il faut qu'elles ſoient au moins profondes de demi-pied. Les Laboureurs avoient trouvé ce remede ſans le connoître, & apparemment ſur la ſeule idée très-confuſe de couper la communication d'une Plante de Saffran à une autre. Il faut prendre garde de ne pas renverſer la terre de la tranchée ſur la partie ſaine du Champ, on y reſemeroit la Plante funeſte.

M. du Hamel a obſervé qu'elle n'attaque pas ſeulement le Saffran, mais encore les racines de l'Hyéble, du *Coronilla flore vario*, de l'Arrête-bœuf, les Oignons du Muſcari, & elle les attaque, tandis qu'elle ne touche point au Bled, à l'Orge, &c. Ce n'eſt pas tant, comme on le pourroit croire, parce qu'elle fait un certain choix de ſa nourritu-

re, que parce qu'il lui eſt impoſſible, à cauſe de la profondeur où elle ſe tient, de rencontrer des Plantes dont les racines ou les Oignons ne ſont qu'à une profondeur beaucoup moindre.

Cela même a fait naître à M. du Hamel la penſée, que peut-être par le moyen de cette Plante on détruiroit entre les Plantes inutiles & nuiſibles qui ne naiſſent que trop parmi les Bleds, celles dont les racines ſont aſſés profondes. On tourneroit à bien la mauvaiſe qualité de la Plante paraſite. Mais combien auroit-on de choſes pareilles à imaginer pour l'Agriculture, dont on ne pourroit eſperer l'exécution que d'une longue ſuite de Siecles, même après que les bons Obſervateurs & les Phyſiciens en auront bien démontré l'utilité?

Cette Plante, qui n'eſt encore connue qu'en mal, ne laiſſe pas de demander un nom & une place dans la Nomenclature Botanique. M. du Hamel a douté s'il la mettroit ſous le Genre des Champignons, ou ſous celui des Truffes; mais enfin il s'eſt déterminé pour le dernier, parce qu'elle ne ſort point de terre. Il la nomme *Tuberoïdes*.

SUR

SUR LA MULTIPLICATION DES ESPECES DE FRUITS. *

LEs Alimens que nous fourniſſent les Plantes ont été long-tems des mets tout aprêtés, que la Nature offroit à des Hommes ſauvages, groſſiers, & ſans expérience, qui n'euſſent pas ſû ou ſe les aprêter, ou en trouver d'autres. Mais l'induſtrie qui s'eſt formée peu-à-peu, eſt venue enfin à leur ſecours, & ſans parler des nouveaux alimens qu'ils ſe ſont procurés par la Chaſſe & par la Pêche, ils ont beaucoup perfectionné les anciens par l'Agriculture. Ce qu'on appelle dans l'uſage commun *les Fruits*, tels que les Pommes, les Poires, les Ceriſes, les Pêches, &c. tout cela a tellement changé, qu'on ne le reconnoîtroit preſque plus dans ſon premier état; l'Art a produit même de nouvelles eſpeces, & c'eſt la maniere dont il les a produites, & celle d'en produire encore, que M. du Hamel examine préſentement.

Les Botaniſtes appellent *variétés*, des différences entre des Plantes de même nom, mais des différences inconſtantes, paſſageres, qui tantôt paroiſſent, & tantôt ne paroiſſent pas, qui ne ſe perpétuent point, & ſemblent ne venir que de quelques accidens. Ainſi les Tu-

* V. les M. p. 477.

Tulipes ont beaucoup de variétés, car toutes les Plantes n'y ſont pas également ſujettes. Ce n'eſt pas là ce qui fait les différentes eſpeces de Fruits, il faut des différences ſtables & permanentes, telles qu'il s'en trouve entre des Poires, des Prunes, &c. de différens noms. Il paroît qu'un grand nombre de ces différences *ſpécifiques* ſont uniquement dûes à la culture, & M. du Hamel cherche par où préciſément la culture les produit.

Un terroir plus ou moins convenable à l'Arbre, une expoſition plus ou moins favorable, & une infinité de petits ſoins du Jardinage, feront naître des variétés, mais pour les eſpeces, il ſemble que la Greffe y doive être plus propre que tout autre moyen. Cet Art de greffer eſt aſſés ſurprenant. Quel hazard peut l'avoir indiqué? Quel raiſonnement peut y avoir conduit? Quoi qu'il en ſoit, la Greffe cauſe un grand changement, & un changement en mieux, dans les Arbres fruitiers. Il faut ſeulement un certain choix entre le Sujet ſur lequel on ente, & la Branche entée; mais ce n'eſt pas un choix unique, le même Sujet peut recevoir avec ſuccès différentes Branches, & réciproquement.

M. du Hamel croit que comme l'union du Sujet & de la Greffe ne conſiſte qu'en ce que les Sucs du Sujet paſſent enſuite dans la Greffe en continuant de monter, & que d'ailleurs il eſt impoſſible que les extrémités de tous les Vaiſſeaux ou Canaux de la Greffe, quand on vient à l'appliquer ſur le Sujet, ſe poſent juſte ſur les extrémités de tous les Vaiſſeaux ou Canaux de ce Sujet, de ſorte

que

que les Sucs paſſent auſſi librement de l'un dans l'autre que s'ils n'avoient eu qu'à pourſuivre leur cours dans le même Arbre; il faut donc que les Vaiſſeaux de l'un & de l'autre, pour s'ajuſter enſemble, ſe plient & ſe replient de différentes façons, & forment quelque choſe d'analogue à une Glande Animale. Dans cette Glande végétale & artificielle il ſe fait des filtrations plus fines, & apparemment auſſi des fermentations, qui ſervent ou à purifier ou à exalter les Sucs. M. du Hamel, qui a beaucoup obſervé ſur cette matiere, a vû ſouvent entre le Sujet & la Greffe un petit intervalle rempli d'une ſubſtance plus rare que le reſte, & approchante de la Moëlle.

La vertu de la Greffe pour perfectionner les Fruits n'eſt pas douteuſe, tous ceux dont nous faiſons uſage nous viennent d'elle dans l'état où ils ſont, & même M. du Hamel aſſûre qu'une branche de Sauvageon entée ſur ſa propre tige, y gagne quelque choſe; l'eſpece de Glande, qui ſe forme à l'endroit de la Greffe, a un peu raffiné les Sucs. Cependant cette Glande ne fait pas tout, il y a encore dans la Branche entée, & ſur-tout aux environs du fruit, des filtres néceſſaires pour achever l'opération de la Glande, & qui font que le fruit tient toûjours de ſa premiere nature. Il en tient à tel point, qu'une Orange, par exemple, greffée par ſa queue ſur une eſpece différente d'Oranger, ne fera preſque que groſſir, & changera peu à l'égard de ſes qualités naturelles; & cependant il ne lui eſt reſté de tout ce qui pouvoit les lui con-

conſerver, que ſa queue, qui n'a que deux ou trois doigts de longueur. C'eſt-là l'artifice dont ſe ſervit un habile Jardinier d'Orléans, qui préſenta à feu Monſeigneur un Oranger chargé de cent Fruits, la plûpart d'eſpeces différentes.

Pour ſavoir ſi la Greffe fait naître de nouvelles eſpeces de Fruits, M. du Hamel a entrepris une ſuite d'expériences qui découvriront quelles Greffes opéreront cette multiplication, en cas qu'elles l'operent, c'eſt-à-dire, quels Sujets il faudra donner à certaines Branches, & quelles attentions il y faudra apporter.

Mais en attendant, M. du Hamel ſoupçonne qu'il y a une autre maniere plus cachée, dont il ſe fait dans les eſpeces des Fruits des changemens & plus conſidérables, & plus prompts. D'un Ane & d'une Cavalle, d'un Chien & d'une Chienne d'une autre eſpece, il vient un Animal qui n'eſt ni de l'eſpece du Pere, ni de celle de la Mere, mais d'une troiſieme moyenne entre les deux, & nouvelle. Nous avons expliqué en 1711 * la ſurprenante analogie des Animaux & des Plantes ſur le fait de la Génération. En ſuivant cette idée que nous ſuppoſons ici, il ne faut qu'imaginer que *la pouſſiere*, ſemence maſculine d'une Plante, ſera tombée ſur le Piſtille d'une Plante d'une autre eſpece, & que ce Piſtille, partie féminine de cette 2de Plante, aura été fécondé par cette pouſſiere étrangere, & il en naîtra un Fruit d'une nouvel-

* p. 65. & ſuiv.

velle eſpece, analogue à un Chien *mêtis*.

Il eſt vrai que la plûpart des Plantes ſont Hermaphrodites, & que leurs pouſſieres ne peuvent guere ſe répandre que ſur leur propre Piſtille. Mais il y en a auſſi qui ne ſont pas Hermaphrodites, les Fleurs ou les Etamines qui contiennent les pouſſieres, ſont ſur un pied, & les Piſtilles qui deviennent les Fruits ſont ſur un autre, quelquefois aſſés éloigné, & alors il faut que le Vent, ou certains hazards, portent les pouſſieres ſur les Piſtilles. Il en ira de même pour les Fruits, dont il paroîtra des eſpeces nouvelles par cette voye.

Et ce qui confirme fort cette penſée, c'eſt une remarque de M. du Hamel, que les Plantes renfermées dans un Jardin, où un grand nombre de différentes eſpeces ſont aſſés voiſines les unes des autres, ont ordinairement beaucoup plus de variétés, que quand elles ſont dans les Bois ou dans de grandes Campagnes, & peu mêlées.

On entendra aſſés qu'il ne s'enſuit pas delà, que toutes ſortes de pouſſieres portées ſur toutes ſortes de piſtilles doivent produire de nouveaux Fruits. Il faut un certain rapport d'organiſation entre la pouſſiere & le piſtille étranger, afin que l'une féconde l'autre; il faut de plus un rapport de tems, c'eſt-à-dire, que la pouſſiere ayant la maturité néceſſaire pour féconder, le piſtille ait auſſi celle qui lui eſt néceſſaire pour être fécondé. Il y aura des Plantes moins ſuſceptibles de variétés, comme certaines eſpeces d'Animaux;

maux ; les Bœufs, les Moutons le ſont beaucoup moins que les Chiens.

On connoît une eſpece de Raiſin, qui produit ſur le même Sep des Grappes rouges & des Grappes blanches, ſur une même Grappe des Grains rouges & blancs, ou dont les Pépins ſont les uns rouges, les autres blancs. Il y a encore un plus ſurprenant phénomene de Botanique. Des Citrons ou Oranges, dont une Côte eſt parfaitement Citron, la ſuivante parfaitement Orange, la 3me redevient Citron, &c. Nous en avons parlé en 1711 *. Seroit-ce par des pouſſieres appliquées à des piſtilles étrangers que ces merveilles arriveroient ? On pourroit le croire, ſur des exemples approchans qui s'en trouveroient chés quelques Animaux. Ce ſeroit bien-là la maniere la plus élégante d'avoir de nouvelles eſpeces de Fruits, mais il faut attendre les expériences ; & celles où M. du Hamel a eu le courage de s'embarquer produiront apparemment quelques lumieres. La ſimple Nomenclature de la Botanique a déja longtems occupé, & occupera peut-être encore beaucoup d'habiles gens ; mais quel champ ne ſera-ce pas que la Phyſique de la Botanique? Combien ſera-t-il plus agréable, ſans être moins vaſte ?

OBSERVATION BOTANIQUE.

M. GEOFFROY le cadet a fait voir un morceau d'Echalas de bois de Chêne,

* p. 74.

ne, trouvé dans une Vigne près de St. Cloud, vermoulu en quelques endrois, léger comme du bois pourri, dont les fibres étoient preſque deſunies, & ſe ſéparoient facilement, à peu près comme celles de la pierre Sélénite. Sa ſingularité étoit ſa couleur verte, non pas un verd commun, car M. Geoffroy lui-même avoit déja vû une Buche de bois blanc à demi pourrie dans le centre, & dont un des côtés étoit de cette couleur; mais un beau verd ſoyeux, tel que celui que les Peintres appellent *verd-d'eau*, ou plutôt celui de cette belle Mine des Indes, dont il a été parlé en 1723 *. Les bois expoſés à l'air changent de couleur en ſe pourriſſant, mais il y en a peu qui prennent la couleur verte. M. du Hamel a dit que dans quelques Bois de l'Orléannois il a vû des Trembles pourris qui étoient devenus intérieurement de cette couleur; mais le verd de l'Echalas de St Cloud n'a pas laiſſé de paroître nouveau.

* p. 48. & ſuiv.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. de Juſſieu ſur les Champignons.

* V. les M. p. 380. & 531.

ARITH.

ARITHMETIQUE.

SUR LA PROPRIETÉ

anciennement connue du Nombre 9.

JE ne puis me diſpenſer de rappeller ici une très-petite & très-légere production de ma jeuneſſe, la premiere où j'aye oſé toucher aux Sciences Mathématiques. Il eſt connu depuis long tems, que les chiffres ou caracteres de tout nombre multiple de 9, étant additionnés enſemble, font toûjours ou 9, ou un moindre multiple de 9. Je fis réflexion ſur cette propriété, & je trouvai qu'elle n'étoit point particuliere au nombre 9, comme elle le paroît, mais commune à tous les nombres ſimples 2, 3, 4, &c. juſqu'à 10 excluſivement, qui ſont la premiere ſuite de la progreſſion décuple des nombres. Seulement il falloit que les multiples de tous ces autres nombres fuſſent prjs d'une certaine façon, moyennant quoi ils avoient la même propriété que 9; mais cette façon de les prendre, commune cependant à 9 & à tous les autres, ne s'offroit d'elle-même que dans 9, & étoit enveloppée pour tous les autres. La raiſon eſſentielle en eſt, qu'il faut faire un produit d'un nombre ſimple quelconque par ſa différence à 10; or quand il s'agit du nombre 9, ſon

ſon produit par ſa différence à 10 n'eſt que 9, au lieu que pour tout autre nombre, ce produit eſt différent du nombre même. De-là vient que la propriété n'eſt ſenſible & ne ſaute aux yeux que dans le ſeul nombre 9. Je donnai cette remarque en 1685, dans la *République des Lettres* de M. Bayle.

Je donnai en même tems un exemple, que l'on verra très-aiſément qui peut devenir abſolument général, & Théorême. Soit le nombre 397537 multiple de 7. Si je multiplie le 1er chiffre 3 par 3, différence de 7 à 10, & qu'au produit 9 j'ajoûte 9, 2^d^ chiffre du nombre propoſé, ce qui donne 18, & qu'après 18 j'écrive 7537, les quatre derniers chiffres du nombre propoſé auxquels je n'ai point touché, j'aurai 187537, autre multiple de 7 moindre que le propoſé. Si je prends 39, les deux 1ers chiffres du nombre propoſé, que je les multiplie par 3, différence de 7 à 10, ce qui donne 117, qu'à ce produit j'ajoûte 7, 3me chiffre du nombre propoſé, & qu'après la ſomme 124 j'écrive 537, les trois chiffres reſtans du propoſé, j'aurai 124537, autre multiple encore moindre de 7. Il en ira toûjours de même quel que ſoit le nombre des chiffres du propoſé, que je prendrai d'abord pour les multiplier par la différence 3, bien entendu que les opérations ſuivantes ſe feront toûjours de même. Cela fut donné ſans démonſtration.

M. de Cury, qui a été Maître de Mathématiques des Cadets à Cambrai, a préſenté à l'Académie un Mémoire où il fait voir que la démonſtration ſe réduit à cette propoſition qu'il

qu'il a trouvée, & qu'il prouve analytiquement. Un nombre multiple d'un nombre ſimple, & compoſé d'un nombre quelconque de chiffres, étant partagé de quelque maniere que ce ſoit en deux parties par rapport à ſes chiffres, ſi l'on prend la 1re partie, & qu'on la multiplie par la différence du nombre ſimple à 10 élevée à une puiſſance dont l'expoſant ſoit le nombre des chiffres de la 2de partie, & qu'après ce produit on écrive de ſuite tous les chiffres de la 2de partie, on aura un nouveau nombre multiple du même nombre ſimple. La démonſtration eſt trop algébrique pour être rendue ici, mais le ſeul énoncé mettra aſſés ſur les voyes ceux qui voudront la trouver.

On voit par-là que tout le myſtere conſiſte dans cette différence élevée à une puiſſance, & que par conſéquent la 1re partie de tout multiple de 9 ne pouvant changer quand elle eſt multipliée par 1 élevé à une puiſſance quelconque, il ne faut alors que laiſſer le nombre propoſé tel qu'il étoit, & additionner tous ſes chiffres enſemble, ce qui donnera ou 9, ou un moindre multiple de 9. C'eſt ce que tout le monde a apperçû du premier coup d'œil, parce qu'il n'y avoit nulle opération à faire.

Si la progreſſion des nombres, qui eſt purement arbitraire, & qui n'y admet préſentement que 10 chiffres ou caracteres, étoit différente, & admettoit plus ou moins de 10 chiffres, il eſt évident que le pénultieme de ces chiffres prendroit toûjours la place de 9, quant à la préſente propriété.

SUR

SUR LE JEU DE PAIR OU NON.

S'IL y a quelque choſe qui paroiſſe communément clair & inconteſtable, c'eſt qu'au Jeu de Pair ou Non, lorſqu'on vous préſente une main fermée pleine de Jettons, & qu'on vous demande ſi le nombre en eſt pair ou non-pair, il vaut autant répondre l'un que l'autre, car certainement il y a autant de nombres pairs que d'impairs; cette raiſon ſi ſimple déterminera tout le monde. Cependant à y regarder de plus près, cela ne ſe trouve plus ainſi, tant ces ſortes de queſtions ſur les probabilités ſont délicates. M. de Mairan a trouvé qu'il y avoit de l'avantage à dire Non-pair plûtôt que Pair, & on lui a dit depuis, que quelques Joueurs raffinés s'en étoient auſſi apperçûs.

Les Jettons, cachés dans la main du Joueur qui propoſe le pari, ont été pris au hazard dans un certain tas, que le Joueur a pû même prendre tout entier. Suppoſons que ce tas ne puiſſe être qu'impair. S'il eſt 3, le Joueur n'y peut prendre que 1 ou 2, ou 3 Jettons; voilà donc deux cas où il prend des nombres impairs, & un ſeul où il prend un nombre pair. Il y a donc 2 à parier contre 1 pour l'impair, ce qui fait un avantage de $\frac{1}{2}$. Si le tas eſt 5, le Joueur y peut prendre 3 impairs, & ſeulement 2 pairs, il y a 3 à parier contre 2 pour l'impair, & l'avantage eſt $\frac{1}{5}$. De même ſi le tas eſt 7, on trouvera

que l'avantage de l'impair eſt $\frac{1}{4}$, de ſorte que pour tous les tas impairs les avantages de l'impair correſpondans à chaque tas ſeront la Suite $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, où l'on voit que le tas 1 donneroit un avantage infini, y ayant à parier 1 contre 0, parce que les dénominateurs de toutes ces fractions diminués de l'unité, expriment le ſort du pair contre l'impair.

Si on ſuppoſe au contraire que les tas ne puiſſent être que pairs, il n'y aura aucun avantage ni pour le pair ni pour l'impair; il eſt viſible que dans tout tas pair il n'y a pas plus de nombres pairs à prendre que d'impairs, ni d'impairs que de pairs.

Quand on joue, on ne ſait ſi les Jettons ont été pris dans un tas pair ou impair, ſi ce tas a été 2 ou 3, 4 ou 5, &c. Et comme il a pû être également l'un ou l'autre, l'avantage de l'impair eſt diminué de moitié, à cauſe de la poſſibilité que le tas ait été pair. Ainſi la Suite $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. devient $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, &c.

On peut ſe faire une idée plus ſenſible de cette petite Théorie. Si on imagine un Toton à quatre faces, marquées 1, 2, 3, 4, il eſt évident que quand il tournera il y a autant à parier qu'il tombera ſur une face paire, que ſur une impaire. S'il avoit cinq faces, il en auroit donc une impaire de plus, & par conſéquent il y auroit de l'avantage à parier qu'il tomberoit ſur une face impaire : mais s'il eſt permis à un Joueur de faire tourner celui de ces deux Totons qu'il voudra, certainement l'avantage de l'impair eſt la moitié moin-

moindre qu'il n'étoit dans le cas où le ſeul Toton impair auroit tourné. Ce qui fait préciſément le cas du Jeu de Pair ou non.

On voit par la Suite $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. ou par l'autre $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, &c. que l'avantage de l'impair va toûjours en diminuant, ſelon que le tas ou le nombre de Jettons qu'on peut prendre eſt plus grand. La raiſon eſſentielle en eſt que 1 étant toûjours la différence dont le nombre des impairs excede celui des pairs dans un impair quelconque, cet 1 eſt toûjours moindre par rapport à un plus grand nombre. Ces Joueurs ſi raffinés, qui ont ſoupçonné quelque avantage pour l'impair, n'y euſſent apparemment pas ſoupçonné cette diminution.

Si l'on vouloit jouer à jeu égal, il faudroit que le Joueur qui préſente le pari dît ſi le tas où il a pris les Jettons eſt pair ou impair, & dans ce 2d cas quel impair il eſt. S'il dit qu'il eſt pair, il n'en faut pas davantage pour ſavoir que le pari eſt égal, quelque pair que ce ſoit. S'il dit que le tas eſt impair, il faut qu'il le détermine, par exemple 7, afin qu'on ſache qu'il y a $\frac{1}{4}$ de plus à parier pour l'impair, & que celui qui prend ce parti mette ce quart de plus que l'autre, qu'il mette 4 contre 3. Alors le jeu eſt parfaitement égal. Nous prenons ici $\frac{1}{4}$, avantage de l'impair, dans la 1re Suite, & non dans la 2de, où il ſeroit $\frac{1}{8}$, parce que cette 2de ſuppoſe que le tas puiſſe être également pair ou impair, ce qui n'eſt pas ici.

On voit donc que ſi au lieu de l'alternative d'un tas pair ou impair, on ſuppoſoit plus de

poſſibilité à l'un qu'à l'autre, ou, ce qui revient au même, trois tas au lieu de deux, l'avantage du Joueur qui dit non-pair, pourroit diminuer dans un cas, & augmenter dans l'autre. Il diminueroit dans le cas où il pourroit y avoir un ſeul des trois tas impair contre deux pairs, & il augmenteroit au contraire, s'il y avoit poſſibilité de deux tas impairs contre un pair. Par exemple, ſi le Joueur qui préſente le pari vous diſoit, que le tas ſur lequel il va prendre des Jettons, & où vous avés à dire pair ou non, eſt 6, 7, ou 8, il eſt évident que la ſeule poſſibilité d'un tas qui ſeroit 7, ou l'avantage $\frac{1}{4}$ qui s'enſuivroit à dire impair, doit être diviſé par 3, à cauſe des trois cas poſſibles; ce qui donneroit $\frac{1}{12}$, plus petit que $\frac{1}{8}$. Comme au contraire ſi les trois tas poſſibles étoient 5, 6 & 7, l'avantage étant alors $\frac{1}{3}$ dans le premier cas, o dans le ſecond, & $\frac{1}{4}$ dans le troiſieme, on auroit $\frac{4}{12}$, plus o, plus $\frac{3}{12}$, qui ſont $\frac{7}{12}$, à diviſer par 3; ce qui donneroit $\frac{7}{36}$, avantage plus grand que $\frac{1}{8}$, & par conſéquent que $\frac{1}{8}$.

De ſorte que l'avantage qu'il y a à dire non-pair dans un nombre de tas poſſibles quelconques, ou pairs avec non-pairs, ou ſeulement impairs, ſera toûjours exprimé par la ſomme des avantages de chacun des cas poſſibles, diviſée par le nombre des tas, en y comprenant les pairs, s'il y en a, leſquels donnent toûjours o d'avantage. C'eſt-là la formule ou la Regle générale.

Sur quoi M. de Mairan fait encore cette queſtion. Si le Joueur qui préſente le pari di-

diſoit, le tas dans lequel j'ai à prendre ne paſſera pas un certain nombre de Jettons, par exemple 7, ou 12, &c. mais il pourra être plus petit à mon choix; quel eſt l'avantage qu'il y a alors à dire non-pair? Il eſt évident qu'il ſera compoſé du ſort ou de l'avantage de tous les tas poſſibles, depuis 7, ou 12, juſqu'à 1 incluſivement. Ainſi dans la condition qu'il ne peut paſſer 7, la Règle donnera $\frac{1}{1}$, plus 0, plus $\frac{1}{2}$, &c. diviſés par 7, ce qui fait en tout $\frac{31}{84}$, près d'un tiers de la miſe de celui qui dit impair. Si le plus grand tas poſſible avoit été 12, l'avantage eût été moindre, non ſeulement parce que le nombre des tas poſſibles, ou le diviſeur, eût été plus grand, mais encore parce qu'il auroit pû y avoir autant de tas pairs que d'impairs. Il y auroit donc $\frac{47}{720}$ ou environ $\frac{1}{15}$ d'avantage à dire impair dans cette ſuppoſition.

Entre toutes les objections qui ont été faites à M. de Mairan contre l'inégalité du Jeu de Pair ou Non, & ſa maniere de l'évaluer, une des plus ſpécieuſes eſt celle-ci. Soit le tas de trois Jettons. Selon ce qui a été dit ci-deſſus, il y a deux impairs contre un pair, ou 2 contre 1 à parier pour l'impair, & partant $\frac{1}{2}$ d'avantage. Cela eſt vrai, dit-on, à l'égard d'un Toton à trois faces marquées 1, 2, 3. Mais il n'en eſt pas de même du tas de trois Jettons; car je puis prendre chacun de ces Jettons ſeul, ce qui fait trois cas, ou tous les trois enſemble, ce qui fait un quatrieme cas, & toûjours pour l'impair; & parce que trois choſes peuvent être priſes deux à deux, de trois manieres différentes,

il y aura en même tems trois cas favorables pour le pair : ce qui donne à parier 4 contre 3, ou $\frac{1}{4}$ d'avantage, & non $\frac{1}{2}$, comme il avoit été trouvé.

Mais on doit prendre garde, que de ce que le Joueur porte ſa main ſur le premier, le ſecond, ou le troiſieme des Jettons du tas, il n'en réſulte pas trois événemens différens en faveur de l'impair, comme de ce qu'il aura pris le ſecond & le troiſieme, ou le premier & le ſecond, n'en fait pas deux en faveur du pair, mais un ſeul & même événement, & une même attente pour les Joueurs. Car dès que le hazard, ou le caprice, ou quelque raiſon de prudence, a déterminé celui qui porte ſa main ſur le tas de trois Jettons, pour y en prendre un ou deux, il n'importe leſquels des trois il prenne. Cela ne change rien au jeu. Et pour rendre ceci plus ſenſible, il n'y a qu'à remarquer que dans le cas où le Joueur prendroit ſur un tas de deux Jettons, & où l'on convient que le jeu eſt parfaitement égal, il y auroit inégalité, & 2 contre 1 pour l'impair, ſi l'objection avoit lieu ; puiſque par le même raiſonnement, il pourroit prendre ſeul l'un ou l'autre des deux Jettons pour l'impair, & ſeulement tous les deux enſemble pour le pair. Le tas de trois Jettons ne donne donc pas quatre poſſibilités pour l'impair par rapport au ſort & à l'attente des Joueurs, mais deux ſeulement. Les combinaiſons, les changemens d'ordre, & les configurations des nombres ſont des ſpéculations applicables, en tout ou en partie, aux queſtions du hazard & du

du jeu, ſelon l'hypotheſe, & la loi qui en fait le fondement; & il eſt clair qu'ici la droite ou la gauche, & le premier ou le ſecond Jetton, ne m'engagent pas plus l'un que l'autre à les prendre ſeuls, ou accompagnés. Ce ſont donc des circonſtances étrangeres au ſort des Joueurs dans la queſtion préſente.

Il y auroit pluſieurs manieres d'introduire l'égalité dans le Jeu de Pair ou Non; celles qu'on pratique quelquefois, ſe réduiſent toutes au cas de deux Jettons, l'un blanc, & l'autre noir, comme ſi le Joueur qui préſente le pari demandoit, blanc ou noir? Mais ce n'eſt point là de quoi il s'agit, & nous les paſſons ſous ſilence, de même que quelques autres objections qu'on a faites à M. de Mairan, & dont il eſt aiſé de trouver la ſolution dans ſa Théorie.

GEOMETRIE.

SUR LES SOUDEVELOPÉES. *

LE mot de *Soudevelopées* eſt nouveau en Géometrie; mais la Théorie, à laquelle il eſt neceſſaire, eſt nouvelle auſſi. Quand on a trouvé par les Formules connues l'expreſſion générale du Rayon de la Dévelopée d'une Courbe quelconque, que j'appelle *Développée*

* V. les M. p. 323.

velopante, & que l'on conſidere comme formée par le dévelopement d'une autre Courbe, qui eſt la Dévelopée, on peut par le moyen de ce Rayon trouver la nature & l'Equation de cette Dévelopée. Voilà une 2de Courbe à la connoiſſance de laquelle on parvient par la 1re ou Dévelopante, dont on a le Rayon de la Dévelopée. Cette 2de Courbe ou Dévelopée connue a elle-même ſon Rayon de la Dévelopée à un point quelconque, c'eſt-à-dire, qu'elle peut avoir été formée par le dévelopement d'une 3me Courbe dont elle ſeroit la Dévelopante, au lieu qu'elle étoit la Dévelopée de la 1re, & cette 3me eſt la Dévelopée de la 2de, & ſi on la compare à la 1re, elle en eſt la *Soudevelopée*. Comme cela ne peut avoir de fin, puiſque toute Courbe a ſa Dévelopée, il eſt évident qu'une 1re Courbe poſée aura une infinité de Soudévelopées.

Ce ſeroit un travail infini que de chercher ces Soudevelopées les unes après les autres, ou ſeulement, ce qui revient au même, le Rayon de la Dévelopée de chaque Courbe à meſure qu'elle naîtroit de la précédente. On ſe contente de voir que cette recherche ſeroit poſſible abſolument, & on ne s'engage point dans de ſi énormes calculs. Mais M. de Maupertuis en a infiniment abregé le travail, par une Théorie générale qui donne la ſuite infinie des Rayons de toutes les Soudévelopées d'une Courbe quelconque qu'on aura poſée d'abord.

Il démontre d'une maniere très ſimple & en deux lignes, que le Rayon de la Dévelo-

pée

pée de la 1re Courbe, qui eſt connu, étant multiplié par ſa propre differentielle infiniment petite, & diviſé par le côté infiniment petit de la Courbe, devient le Rayon de la 1re Soudévelopée; que ſi l'on prend encore le même Rayon de la Dévelopée de la 1re Courbe, qu'on le multiplie par la differentielle du Rayon de la 1re Soudévelopée qu'on vient de trouver, & qu'on le diviſe encore par le même côté de la 1re Courbe, on aura le Rayon de la 2de Soudévelopée, & ainſi de ſuite à l'infini; deſorte que la Formule ne varie que par les differentielles ſucceſſives des différens Rayons des Soudévelopées, toûjours multipliées & diviſées par les deux mêmes grandeurs. Ainſi l'on voit preſque d'un ſeul coup d'œil tous les Rayons à l'infini des Soudévelopées de quelque Courbe que ce ſoit qu'on aura choiſie, & quand ils ſuivront une marche règlée, ce qui ne peut manquer d'arriver quelquefois, ce ſera un ſpectacle agréable pour l'Eſprit géométrique. Nous en donnerons deux exemples d'après M. de Maupertuis.

La Suite de tous les Rayons des Soudévelopées de la Cycloïde à l'infini, où l'on comprend le Rayon de la Dévelopée, qui en eſt le premier, eſt telle que le 1er & le 2d Rayon ſont inégaux, mais le 1er & le 3me égaux, le 2d & le 4me égaux, mais le 3me & le 4me inégaux, &c. de ſorte que deux Rayons conſécutifs ſont inégaux; mais deux qui en ont un autre entre eux, ou tous les Rayons d'une dénomination paire ou impaire pris deux à deux, ſont égaux.

Cela pourroit paroître ſurprenant, puiſque la Cycloïde n'a pour Dévelopée qu'une autre Cycloïde égale & ſemblable, qui par conſéquent devroit n'avoir qu'un Rayon égal à celui de ſa Dévelopante. Mais il faut remarquer que la Cycloïde Dévelopée d'une 1re Cycloïde a une poſition contraire à celle de cette 1re, c'eſt à-dire, que le ſommet de la 2de eſt au même point, où étoit l'extrémité de la 1re, & que cette contrariété de poſition renverſe l'ordre & l'arrangement des Rayons de la 2de par rapport à ceux de la 1re, de ſorte que le plus grand de la 1re ſe trouve placé où eſt le plus petit de la 2de, & ainſi des autres, ce qui n'empêche pas que chacun de l'une n'ait ſon correſpondant égal dans l'autre. Et comme la Dévelopée de la 2de Cycloïde ou la 3me prendra une poſition contraire à cette 2de, elle aura donc la même poſition qu'avoit la 1re, d'où ſuivra l'égalité de ſes Rayons à ceux de cette 1re, & par conſéquent l'alternative continuelle d'égalité & d'inégalité des Rayons.

Les Formules des Rayons des Soudévelopées contiennent toûjours une Abſciſſe indéterminée de la 1re Courbe, & c'eſt en déterminant cette Abſciſſe que l'on a la Suite infinie des Rayons des Soudévelopées appartenans chacun à un certain point de ſa Courbe déterminé en conſéquence de la détermination qu'on a faite d'un point de la 1re Courbe. Ce que nous venons de dire de l'alternative des Rayons des Soudévelopées de la Cycloïde a lieu pour tous les points de ces Soudévelopées, qui ſeront déterminés par

la

la détermination de quelque point que ce ſoit de la 1re Cycloïde, mais il en faut excepter un ſeul. Ces exceptions ſeroient très-vicieuſes en Géométrie, & même fauſſes, ſi elles ne naiſſoient de la même ſource que tout le reſte. Celle-ci eſt pour les points de toutes les Soudévelopées, qui répondent au point de la 1re Cycloïde où ſon Abſciſſe eſt égale au demi-diametre du Cercle générateur. Là tous les Rayons de toutes les Soudévelopées ſont perpétuellement égaux. Cela vient de ce que ce point de la 1re Cycloïde eſt préciſément le point du milieu de ſa génération par le Cercle, & conſéquemment celui de toutes les autres Cycloïdes, & qu'à ce point ſeul la contrariété de poſition des Cycloïdes priſes deux à deux ne peut plus avoir aucun effet. Il ſera aiſé de s'en convaincre par la moindre attention.

La Spirale Logarithmique ſera le ſecond exemple, mais il ne ſera pas inutile de la faire un peu connoître. Toutes ſes Ordonnées partent d'un même point ou Pole, elles font toutes le même angle avec le côté infiniment petit de la Courbe, où chacune ſe termine, & pourvû qu'elles faſſent entre elles le même angle au point commun d'où elles partent, elles ſont en progreſſion géométrique. L'Equation de cette Courbe eſt que dans le petit triangle rectangle qui à chaque point d'une Courbe eſt formé d'un de ſes petits côtés pris pour hypothenuſe, de la différentielle de l'Ordonnée, & de l'intervalle infiniment petit de l'Ordonnée à celle qui la précede ou la ſuit, le rapport des deux petits

tits côtés du Triangle ſoit toûjours conſtant, moyennant quoi il eſt viſible que l'angle de chaque Ordonnée ſur la Courbe eſt toûjours le même; ces deux petits côtés du Triangle ne croiſſent qu'en conſervant le même rapport. Les Spirales Logarithmiques différentes le ſont en ce que ce rapport toûjours conſtant dans la même eſt différent de l'une à l'autre, ainſi il y a une infinité d'eſpeces de Spirales Logarithmiques. Si l'on pouſſe ce rapport conſtant juſque dans l'Infini, c'eſt-à-dire, ſi l'on conçoit que dans le Triangle infiniment petit la différentielle de l'Ordonnée ſoit nulle par rapport à l'intervalle des deux Ordonnées conſécutives, ou que cet intervalle ſoit nul par rapport à la différentielle, dans le 1er cas la Spirale Logarithmique eſt un Cercle, dont les rayons ſont les Ordonnées de la Spirale qui partent du même point, font des angles entre elles, & demeurent égales; dans le 2^d^ cas la Spirale Logarithmique n'eſt qu'une ligne droite infinie, mais qu'il faut concevoir formée d'une infinité de lignes droites finies inégales & croiſſantes, qui partant d'un même point, vont ſe poſer les unes ſur les autres ſans aucun intervalle qui les ſépare. En ce cas-là cette droite ſera encore une eſpece de Courbe, pourvû que l'on y applique une idée expoſée dans les *Elémens de la Géométrie de l'Infini.*

On ſait que la Spirale Logarithmique a pour Dévelopée une autre Spirale Logarithmique de même eſpece, c'eſt-à-dire, dans laquelle le rapport conſtant des deux petits côtés du Triangle eſt le même, & par conſé-

ſéquent cette Dévelopée aura auſſi une Développée de même eſpece, & ainſi à l'infini. M. de Maupertuis, en appliquant à cette Courbe ſes Formules des Rayons des Soudévelopées, trouve qu'ils ſont une progreſſion géométrique infinie, croiſſante ſi dans le rapport conſtant des deux petits côtés celui qui eſt la différentielle de l'Ordonnée eſt le plus grand; décroiſſante, ſi c'eſt le contraire: dans le cas où ces deux côtés ſont égaux, qui eſt celui où l'angle conſtant des Ordonnées avec la Courbe eſt de 45, tous les Rayons des Soudévelopées à l'infini ſont égaux, & leur progreſſion géométrique n'eſt plus que la moindre qu'il ſoit poſſible.

Les Rayons des Dévelopées quelconques ſont égaux aux arcs des Courbes dévelopées juſque-là, plus, aſſés ſouvent, une certaine quantité finie que l'on détermine, & qu'il n'eſt pas beſoin de conſidérer ici. Puiſque les Rayons des Soudévelopées des Spirales Logarithmiques vont toûjours en croiſſant ou en décroiſſant, hormis dans une ſeule eſpece de ces Spirales, il s'enſuit que les différentes Spirales conſécutives, toutes Développées ou Soudévelopées de la 1re, vont toûjours auſſi en croiſſant ou en décroiſſant par rapport à cette 1re, quoiquelles ſoient de même eſpece, & qu'il n'y a qu'un cas où elles lui ſoient égales.

Quand le dernier ou l'infinitieme des Rayons d'une Spirale Logarithmique d'une certaine eſpece devient infiniment petit, il faut donc concevoir une derniere Spirale Logarithmique infiniment petite, dont les Ordonnées

infiniment petites du 1er ordre feront toutes ſur de petits côtés du 2d ordre le même angle que faiſoient les Ordonnées finies de la 1re Spirale ſur de petits côtés du 1er ordre. Au contraire, quand ce Rayon infinitieme devient infini, il faut concevoir une derniere Spirale infinie, dont les Ordonnées infiniment grandes feront ſur des côtés finis l'angle conſtant qui conſtitue l'eſpece de toute la Suite. Alors cette derniere Courbe n'eſt plus proprement une Courbe, elle ne l'eſt que dans le ſens qui a été expliqué dans la *Géométrie de l'Infini*.

Que ſi on veut pouſſer juſqu'à l'infini les différentes eſpeces de Spirales Logarithmiques, nous avons déja dit que dans l'une des eſpeces extrêmes la Spirale Logarithmique ſera un Cercle, & dans l'autre une ligne droite. Quand l'eſpece de la Spirale Logarithmique ſera d'être Cercle, où prendra-t-on la Suite infinie de ſes Dévelopées ou Soudévelopées, & celle de leurs Rayons? Car les propriétés qui ſe maintiennent toûjours dans le Fini croiſſant ou décroiſſant, doivent paſſer juſque dans l'Infini. La Dévelopée d'un Cercle eſt ſon centre, & d'un autre côté une Spirale Logarithmique a toûjours une Dévelopée de même eſpece qu'elle. Il faudra donc pour concilier ces deux choſes, que le centre du 1re Cercle ſoit conçû comme un Cercle infiniment petit du 1er ordre, qui aura lui-même pour Dévelopée ſon centre, que l'on prendra pour un Cercle infiniment petit du 2d ordre, & ainſi de ſuite; ce qui fera la Suite infinie des Soudévelopées de même eſpe-

pece, & la progreſſion géométrique de leurs Rayons, qui deſcendront par tous les ordres d'infiniment petit.

Il y auroit plus de difficulté, ou du moins un éclairciſſement plus nouveau à donner ſur la Spirale Logarithmique de l'autre eſpéce extrême, ſur celle qui eſt ligne droite; mais il faudroit citer encore, & même expoſer un peu au long l'idée déja peut-être trop citée de la *Géométrie de l'Infini*. M. de Maupertuis l'a laiſſée entrevoir, & il reſteroit à la mettre dans tout le jour que le ſujet pourroit demander; mais nous croyons qu'il nous convient mieux de n'y pas inſiſter davantage.

SUR LE RAPPORT DES SOLIDITÉS ET DES SURFACES. *

ON ſait il y a longtems, & il n'étoit pas beſoin d'obſervations ni de réflexions fines pour s'en appercevoir, que les Corps ne croiſſent pas en ſurface autant qu'ils croiſſent en maſſe ou en ſolidité, ou, ce qui revient au même, que les grands Corps n'ont pas tant de ſurface que les petits à proportion de leur ſolidité. Mais M. Pitot croit qu'on n'a point encore déterminé la proportion préciſe qui regne en cette matiere, & il en a trouvé une ſi ſimple & ſi facile, qu'il eſt ſurprenant qu'elle ait échapé.

Soient deux Cubes dont le plus grand ait 2 de côté, & l'autre 1. La ſurface du grand ſe-

* V. les M. p. 520.

ſera 4, & ſa ſolidité 8; la ſurface du petit ſera 1, & ſa Solidité 1. Le rapport de la ſurface du grand à ſa ſolidité ſera celui de 4 à 8, ou $\frac{1}{2}$, & le rapport de la ſurface du petit à ſa ſolidité ſera 1: or le rapport de $\frac{1}{2}$ à 1 eſt celui de 1 à 2, c'eſt-à-dire, que le grand a une fois moins de ſurface par rapport à ſa ſolidité que le petit. De même ſi les côtés des deux Cubes ſont 3 & 1, le rapport de la ſurface du grand à ſa ſolidité ſera celui de 9 à 27, ou $\frac{1}{3}$, & le rapport de la ſurface du petit à ſa ſolidité ſera 1: or $\frac{1}{3}$ & 1 ſont comme 1 & 3. Cela ſe trouvera toûjours ainſi pour tous les Cubes, quelques autres rapports qu'ayent leurs côtés.

Ces nombres 1 & 2, 1 & 3, & tous les autres à l'infini qui exprimeroient combien le grand Cube a moins de ſurface par rapport à ſa ſolidité que le petit, ſont toûjours les mêmes que ceux qui expriment le rapport des côtés des deux Cubes; donc un grand Cube a moins de ſurface par rapport à ſa ſolidité qu'un petit dans la raiſon du côté du petit au ſien. M. Pitot en donne très-aiſément la démonſtration algébrique & générale.

Tous les Cubes ont leurs trois côtés égaux, & par cette raiſon il ſuffit de prendre le rapport d'un côté quelconque de l'un à un côté quelconque de l'autre; mais ſi les deux Corps étoient des Parallelépipedes, il faudroit pour les ranger ſous la même Théorie que les Cubes, que ces Parallelépipedes fuſſent ſemblables, c'eſt-à-dire, que les trois côtés inégaux de l'un euſſent le même rapport aux trois côtés correſpondans de l'autre, & on prendroit le rapport d'un côté quel-

quelconque de l'un au côté correſpondant ou homologue de l'autre. Ce rapport donneroit toûjours celui de la ſurface de l'un comparée à ſa ſolidité à la ſurface de l'autre comparée de même à ſa ſolidité, bien entendu qu'au côté du plus petit répondroit le rapport de la ſurface du grand à ſa ſolidité. On voit aſſés que ce qui eſt dit ici des Parallelépipedes ſemblables s'étendra ſans peine à tous les Corps ſemblables, Cylindriques, Cones, Spheres, &c. Ainſi la Règle eſt générale pour tous les Corps ſemblables : car les Cubes, par où nous avons commencé, ſont toûjours ſemblables entre eux.

Au lieu de comparer un Cube qui a 2 ou 3, &c. de côté, à un Cube qui n'en a que 1, on peut conſidérer que ce petit Cube eſt l'un ou des 8, ou des 27, &c. égaux, qui ſeroient nés de la diviſion du grand Cube, ſi on avoit diviſé chacun de ſes côtés 2 en deux parties égales, chacun des côtés 3 en trois, &c. de ſorte que le nombre que j'appelle *diviſeur*, fût toûjours celui qui exprimoit le rapport du côté du grand Cube au côté du petit 1. Le nombre des petites Cubes nés de la diviſion du grand ſeroit toûjours le Cube du nombre diviſeur. Or tous ces petits Cubes enſemble n'ont que la même ſolidité que le grand, & pour trouver combien les ſurfaces ſont augmentées par la diviſion, ou combien tous les petits enſemble ont plus de ſurface que le grand, il faut multiplier 1, ſurface de chaque petit Cube par 8, ou par 27, &c. & comparer 8 ou 27, &c. à 4, ou à 9, &c. qui étoient les ſurfaces des grands Cubes. On trouvera d'un ſeul coup d'œil

d'œil que pour le Cube qui avoit 2 de côté, les ſurfaces ont été doublées par rapport à la ſienne, triplées pour le Cube qui avoit 3, &c. la ſolidité étant toûjours la même que celle du grand. On voit auſſi que les nouvelles ſurfaces produites par la diviſion, ſont toûjours la ſurface du grand Cube multipliée par le nombre diviſeur.

Il ſuit de-là, qu'un Cube quelconque pouvant toûjours être diviſé en autant de petits Cubes égaux qu'on voudra, dont chacun ſera 1, toutes les nouvelles ſurfaces priſes enſemble, feront une ſomme d'autant plus grande par rapport à la premiere ſurface, qui étoit celle du grand Cube diviſé, que le nombre diviſeur ſera plus grand par rapport à 1, & qu'enfin ſi ce nombre étoit infini, la ſomme des nouvelles ſurfaces ſeroit auſſi infinie, la ſolidité n'ayant jamais changé.

Ainſi, ſoit que l'on compare un Cube, dont, par exemple, le côté ſera 3, à un Cube dont le côté eſt 1, ou que l'on compare le même grand Cube aux 27 petits qui naîtroient de la diviſion de ſes côtés par 3, le rapport du même nombre 3 à 1, marquera également ou combien le ſeul petit Cube 1 a plus de ſurface par rapport à ſa ſolidité que le grand, ou combien les 27 petits Cubes enſemble ont plus de ſurface par rapport à leur ſolidité que le grand. Il eſt clair qu'il en faut dire autant de tous les Corps ſemblables.

Il eſt bon de remarquer que ſi l'on connoît ſeulement le nombre des parties égales dans leſquelles un Corps a été diviſé, le nombre divi-

diviſeur dont on aura beſoin eſt la racine cubique de ce nombre de parties. Par exemple, le nombre des parties étant 8, ou 27, &c. les nombre diviſeurs ſeront 2, ou 3, &c. Cela eſt évident par tout ce qui a été dit.

Cette Théorie de M. Pitot s'applique d'elle-même à la Phyſique, ou à la Méchanique, & il ne manque pas d'en donner des exemples, dont nous choiſirons quelques-uns des plus curieux.

Un Animal reçoit par ſa ſurface la preſſion de l'Atmoſphere, & y réſiſte par la ſolidité de ſon corps. Si l'on ſuppoſe qu'un Homme & un Enfant ſoient deux Solides ſemblables, dont les côtés homologues ſoient 2 & 1, le corps de l'Enfant aura deux fois plus de ſurface par rapport à ſa ſolidité que celui de l'Homme, & par conſéquent la preſſion de l'Atmoſphere ſera double ſur l'Enfant. Quelques Phyſiciens ont calculé que ſur le corps de l'Homme elle pouvoit être de 20 milliers. A ce compte, de quelle énorme grandeur ne ſera-t-elle pas ſur les petits Animaux? Lorſqu'une Mouche vole de bas en haut, il faut que ſes Muſcles qui agiſſent ſoient preſque infiniment plus forts par rapport à ſa maſſe, que ceux de l'Aigle dans la même action par rapport à la maſſe de l'Aigle.

C'eſt une choſe connue, que l'on peut évaluer en Livres & en Onces la force de l'impreſſion d'un Vent ſur une ſurface de 1 pied quarré, ſelon le plus ou le moins de vîteſſe qu'il a, ou le nombre de pieds qu'il parcourt en une Seconde. Un Vent, qui n'enleveroit pas un pied cube de Marbre peſant plus

de

de 188 livres, l'enleveroit s'il étoit en pouſſiére, ou diviſé en grains très-petits. M. Pitot fait ces grains du même diametre qu'un grain de Sable ordinaire qu'il a trouvé de la 8me partie d'une ligne. Par-là le côté du bloc de Marbre eſt 1152, celui d'un grain étant 1. Selon la Théorie préſente, la ſurface du bloc de Marbre a donc été augmentée 1152 fois par rapport à la ſolidité toûjours la même, & la diviſion du bloc en grains n'a fait que le même effet que ſi le bloc lui-même avoit acquis une ſurface 1152 fois plus grande, en conſervant la même ſolidité ou peſanteur. Or en ce dernier cas ſa peſanteur de 188 livres étant partagée en 1152 pieds quarrés de ſurface, chacun de ces pieds auroit à peu-près 2 Onces 5 Gros de peſanteur. Il faudroit donc que le Vent, pour faire ſur chacun d'eux une impreſſion égale à leur réſiſtance, eût une vîteſſe qui lui donnât cette force de 2 Onces 5 gros. Or il ſe trouve que cette vîteſſe eſt celle de 9 pieds par Seconde, & comme ce n'eſt que la vîteſſe néceſſaire pour l'Equilibre, il faudroit que le Vent en eût une un peu plus grande pour enlever tout le bloc diviſé en grains tels qu'on les a ſuppoſés.

M. Pitot prend un pouce cube d'Eau diviſé en 1000000000 parties, que M. Nieuwentydt a trouvé par expérience qui étoient encore ſenſibles, & il cherche avec quelle vîteſſe une de ces parties ſi fines & ſi déliées tombera dans l'Air parfaitement tranquille. La racine cubique de ce grand nombre, qui eſt 3036, exprime l'augmentation de la premiere ſur-

ſurface du pouce cube d'eau, & 3036 pouces cubes, ſont 126 pieds quarrés; & comme un pouce cube d'eau peſe 5 Gros & quelques Grains, & que ce poids total doit ſe partager aux 126 pieds quarrés, chacun en a 3 Grains, & quelque choſe de plus. Maintenant il faut voir avec quelle vîteſſe une ſurface qui auroit 1 pied quarré, & peſeroit 3 Grains, tomberoit dans l'Air tranquille. Qu'elle tombe, ou que l'air en mouvement la faſſe monter avec la même vîteſſe, c'eſt la même choſe. Or la vîteſſe dont l'Air auroit beſoin pour agir avec une force de 3 Grains, eſt celle de 4 pouces & un peu plus par Seconde. Donc la petite goutte d'eau tomberoit avec cette vîteſſe dans l'Air tranquille, vîteſſe très-lente, & telle qu'elle convient à des parcelles d'eau qui trouvent tant de réſiſtance par la grandeur de leurs ſurfaces, & ont ſi peu dequoi la vaincre par leur poids.

M. L'Abbé Sauveur, fils de feu M. Sauveur Académicien, a fait voir une Méthode qu'il a trouvée pour déterminer au Jeu de Quadrille quelle eſt la probabilité de gagner ſans prendre pluſieurs Jeux différens, dont il a calculé une Table. On a trouvé que la matiere épineuſe & délicate des Combinaiſons étoit très-bien entendue dans cet ouvrage.

A S-

ASTRONOMIE.

SUR LE MOUVEMENT DE SATURNE. *

POUR établir la Théorie du mouvement d'une Planete, il faut commencer par déterminer ſon mouvement moyen, & pour cette détermination on ne peut avoir des Obſervations trop anciennes : car pourvû qu'on puiſſe compter ſur leur exactitude, un plus grand intervalle de tems écoulé de là juſqu'à nous, contiendra un plus grand nombre de révolutions de la Planete ſur ſon Orbe, & cet intervalle diviſé par ce grand nombre, donnera le moyen mouvement plus juſte. Heureuſement, Ptolémée rapporte comme ſûre une Obſervation du lieu de Saturne faite par les Caldéens dans une année que M. Caſſini trouve par ſon calcul, & après les réductions néceſſaires, devoir être l'année 228 avant J. C. Enſuite il prend Saturne revenu ſelon les obſervations les plus modernes au même lieu où il avoit été vû par les Caldéens ; & cet intervalle plus grand de 228 ans que l'Ere Chrétienne, & qui ſe trouve être de 1943 années *communes* 119 jours & 6 heures, contient un nombre juſte de révolutions de Saturne. On

* V. les M. p. 95.

On ſait d'ailleurs qu'une révolution eſt plus grande que 29 ans, & moindre que 30, ainſi il faut que le nombre juſte & ſans fractions, qui diviſera ce grand intervalle propoſé, ſoit tel qu'il ne donne ni 29 ni 30 pour une révolution. Ce nombre eſt 66, qui donne une révolution de Saturne de 29 années communes, 162 jours, 4 heures, 28′, d'où l'on tire le mouvement moyen annuel de 12 degrés, 13′, 35″, 14‴.

Le moyen mouvement établi, il faut avoir l'Aphélie, point de l'Orbe de la Planete d'où dépend toute la variation ou l'inégalité de ſon mouvement vrai. Nous avons déja dit en 1723 * comment par le rapport du moyen mouvement, toûjours égal, au vrai toûjours inégal & connu par obſervation, on pouvoit déterminer de quelle eſpece étoit l'Ellipſe d'une Planete, ou le rapport de ſon grand axe au petit, ce qui donne l'inégalité du mouvement vrai, ou, ce qui revient au même, l'Aphélie. Mais maintenant M. Caſſini donne une méthode, qui ne demande point que l'Orbe d'une Planete ſoit une Ellipſe, il ſuffit que ce ſoit une Courbe telle que dans une moitié le mouvement de la Planete ayant paſſé ſucceſſivement par certains degrès d'inégalité croiſſans ou décroiſſans, il repaſſe dans l'autre moitié par les mêmes degrés en ſens contraire, ainſi qu'il feroit dans les deux moitiés d'une Ellipſe.

Cela poſé, le mouvement vrai des Planetes étant toûjours le plus lent qu'il puiſſe être dans

* p. 90. & ſuiv.

dans l'Aphélie, & le plus vîte dans le Périhélie, il eſt aiſé de voir que depuis l'Aphélie juſqu'au Périhélie le mouvement moyen ſera toûjours plus grand que le vrai, & depuis le Périhélie juſqu'au retour à l'Aphélie le vrai toûjours plus grand que le moyen; que la différence des deux mouvemens étant nulle au point précis de l'Aphélie d'où l'on ſuppoſe qu'ils partent tous deux, & redevenant néceſſairement nulle au point du Périhélie, cette différence a crû depuis l'Aphélie juſqu'à un certain terme, où elle a été la plus grande poſſible, pour décroître enſuite, & devenir nulle au Périhélie; que ce terme où elle a été la plus grande a donc été moyen entre l'Aphélie & le Périhélie, & c'eſt ce qu'on appelle *la moyenne diſtance*; que du Périhélie à la moyenne diſtance ſuivante la différence a toûjours crû, y eſt arrivée à ſon *plus grand*, & enſuite a décrû juſqu'à l'Aphélie.

De-là il ſuit que tant que l'on trouve par les Obſervations que cette différence croît de plus en plus, la Planete va ou de l'Aphélie vers la moyenne diſtance, ou du Périhélie vers l'autre moyenne diſtance; que ſi la différence croît de moins en moins, la Planete va ou d'une moyenne diſtance vers le Périhélie, ou de l'autre moyenne diſtance vers l'Aphélie; & que quand la différence, après avoir crû de plus en plus, croît de moins en moins, ou au contraire, la Planete a paſſé par une moyenne diſtance: & comme le lieu de la Planete où cette différence eſt la plus grande & le lieu oppoſé déterminent la ligne des moyennes diſtances, celle qui la coupe à angles

angles droits par le milieu eſt celle de l'Aphélie & du Périhélie, quelle que ſoit la Courbe de l'Orbe avec la condition marquée. On peut encore reconnoître le lieu de la ligne des moyennes diſtances, en ce que de part & d'autre de cette ligne dans une certaine étendue le mouvement vrai eſt le moins inégal qu'il ſe puiſſe, ce qui vient de ce que la différence ayant fini de croître en cet endroit par certains degrés, y commence à décroître par les mêmes degrés. On voit aſſés que le nombre des obſervations que l'on a en main n'eſt jamais trop grand pour ces ſortes de déterminations.

Le lieu de l'Aphélie de Saturne étant trouvé, ſoit par cette méthode, ſoit par d'autres, car différentes méthodes ſe prêtent mutuellement du ſecours, & on en employe ordinairement pluſieurs, M. Caſſini compare ce lieu où étoit l'Aphélie au tems de quelque obſervation, par exemple, de celle des Caldéens, à celui où il a été au tems de quelque autre obſervation ſûre; & par le changement du lieu, & le tems connu pendant lequel le changement s'eſt fait, il trouve que le mouvement de l'Aphélie de Saturne eſt de 1′ 20″ en un an, de 2″ plus petit que par les Tables de M. de la Hire.

Le mouvement des Nœuds, qui eſt encore un Elément à conſidérer dans la Théorie des Planetes, n'eſt pas fort important dans celle de Saturne par rapport à la variation qu'il peut cauſer dans la durée de ſes révolutions annuelles. Cette variation ne peut aller qu'à 2 ou 3″ dans une révolution, au lieu que

celle qui vient du mouvement de l'Aphélie y peut être de 5′ de degré.

Tout ce qui appartient au mouvement de Saturne étant ainſi établi, M. Caſſini cherche quel eſt ſon moyen mouvement reſultant de la comparaiſon des différentes obſervations que l'on a de cette Planete, à commencer par celle des Caldéens, car c'eſt ce moyen mouvement qui règle tout. De plus nous avons dit en 1718 * que ſelon des Calculs de M. Maraldi, le mouvement moyen de Jupiter, & par conſéquent auſſi le vrai ou réel, paroiſſoit s'être accéléré depuis l'an 240 avant J. C. juſqu'à nous, & il ſeroit très-important pour l'Aſtronomie de ſavoir ſi c'eſt la même choſe ou le contraire pour Saturne.

Il y a plus. D'habiles Phyſiciens & Obſervateurs prétendent que quand Jupiter & Saturne ſont dans leur plus grande proximité ou aux environs, leurs mouvemens ordinaires en ſont dérèglés & troublés, & cela en vertu d'un Syſtême de l'action mutuelle des Corps les uns ſur les autres, ou, ſi l'on veut s'en permettre le mot, de leur *attraction* réciproque. Ce n'eſt pas que cette attraction fût bien prouvée par-là, car, comme le remarque M. Caſſini, quand deux auſſi groſſes Planetes que Jupiter & Saturne, qui ne marchent qu'avec des Tourbillons dont le nombre & la diſtance des Satellites nous font voir la vaſte étendue, ſe rencontrent dans leur plus grande proximité, on peut concevoir aiſément que ſans attraction, & par l'impulſion ſeule, il arrive à leurs mouvemens quelque nou-

* p. 68. & 69.

nouvelle combinaiſon qui les altere ; mais enfin il s'agit du fait, & il faut s'en aſſûrer avant que d'en tirer aucune conſéquence pour le Syſtême dont on ſera prévenu.

Voici ce qui réſulte des différentes comparaiſons que M. Caſſini a faites des principales & des plus ſûres obſervations que l'on ait de Saturne. Par celle des Caldéens comparée à celles que l'on a faites aſſiduement à l'Obſervatoire depuis 1685, le moyen mouvement de Saturne eſt tel que nous l'avons dit. Par les obſervations de Ticho comparées aux mêmes de l'Obſervatoire, ce mouvement eſt le plus ſouvent plus petit, & quelquefois plus grand. On trouve la même irrégularité en prenant des obſervations d'autres Aſtronomes célebres, tels que Hévélius & Flamſteed. Les différentes ſituations de Jupiter & de Saturne, à l'égard l'un de l'autre, donnent des variations, mais jamais règlées, jamais les mêmes pour les mêmes cas, ni conduites avec quelque uniformité. Quel travail reſte encore aux Siecles à venir, & à quel nombre de Siecles !

MECHANIQUE.

SUR LA FORCE DES CORPS EN MOUVEMENT. *

NOus avons déja traité ce ſujet en 1721 †. Nous avons dit que M. Leibnitz ayant avancé en 1686 une propoſition nouvelle & paradoxe ſur la Force des Corps en mouvement, qu'il meſuroit, lorſqu'elle étoit *vive*, par le quarré de la vîteſſe, cette penſée fort combattue dès qu'elle parut, avoit eu peu de Sectateurs; que cependant le célébre M. Wolfius l'avoit enſuite adoptée, & qu'alors M. le Chevalier de Louville avoit entrepris de la réfuter dans l'Académie. On en étoit demeuré là juſqu'en 1726 que M. Bernoulli donna un Traité *des Loix de la communication du Mouvement*, où il ſe déclare hautement pour l'opinion de M. Leibnitz, & l'appuye de toutes les preuves que peuvent fournir les plus profondes connoiſſances, & la plus grande ſagacité d'eſprit. L'autorité ſeule, le nom ſeul de M. Bernoulli eût été d'un grand poids, à plus forte raiſon une ſuite de démonſtrations telles qu'il les ſait faire. On ſe réveilla dans l'Académie ſur ces Forces vives, auxquelles on ne penſoit plus,

* V. les M. p. 1, & 289. † p. 102, & ſuiv.

plus, on examina cette matiere avec plus de ſoin, & on ſe partagea; car les choſes où la Phyſique ſe mêle avec la Géométrie peuvent permettre qu'on ſe partage, & quelquefois la pure Géométrie le permet juſqu'à un certain point, & pour quelque tems.

La force d'un Corps n'eſt force qu'entant qu'elle lui imprime un mouvement, ou du moins une tendance prochaine & immédiate au mouvement. Ainſi la Peſanteur, qui eſt conſtamment une force, imprime à tout Corps terreſtre un mouvement vers le centre de la Terre; & ſi un Corps eſt arrêté par un obſtacle invincible, elle lui imprime du moins une tendance vers ce centre, telle que ſi on ôtoit l'obſtacle, le Corps ſeroit auſſi-tôt en mouvement pour aller à ce centre. Dans le 1 er cas, Mrs Leibnitz & Bernoulli diſent que la Force eſt *vive*, & dans le 2d qu'elle eſt *morte*. Ils ſe ſervent de ces noms pour mieux faire entendre leur penſée. La Force morte eſt ſans effet actuel; dans un un 1er inſtant que l'on concevra, elle eſt détruite par l'obſtacle qui l'arrête invinciblement, elle revient dans un 2d inſtant, & eſt pareillement détruite, & toûjours ainſi tant que l'obſtacle ſubſiſte; elle ne fait parcourir nul eſpace, & tend ſeulement à en faire parcourir un. Mais ſi l'obſtacle eſt ôté, ou ſeulement s'il cede un peu, elle devient vive, elle a un effet actuel, & fait parcourir un eſpace.

A ces deux eſpeces de Forces, qui paroiſſent comprendre tout le genre, on en peut cependant ajoûter une troiſieme, plus générale, puiſqu'elle eſt dans tous les Corps ſans

exception, c'eſt la *Force d'inertie*, nom qui ſemble contradictoire, & qui exprime la réſiſtance que les Corps apportent au mouvement à proportion de leur maſſe. Mrs Leibnitz & Bernoulli ſont dans l'opinion commune ſur la meſure de la Force morte, c'eſt le produit de la maſſe du Corps, & de la vîteſſe que cette force tend à lui imprimer, vîteſſe qu'on peut appeller *virtuelle*. Mais pour la Force vive, ſa meſure eſt ſelon eux le produit de cette même maſſe, & du quarré de la vîteſſe actuellement imprimée.

Les effets ſont certainement proportionnels aux cauſes, ou aux forces qui les produiſent, ou, ce qui eſt le même, les effets ſont la meſure des cauſes, ou forces; la Force morte n'a point d'effet, & la vive en a un; ainſi il eſt déja naturel & même néceſſaire que ces deux Forces n'ayent pas la même meſure. Reſte donc à comparer entre elles les Forces vives. Quel eſt l'effet d'une Force qui produit un mouvement actuel? c'eſt un eſpace parcouru. Nous avons dit en 1721, que ſi un Corps étant tombé de 1 Toiſe, remonte avec la vîteſſe acquiſe par ſa chûte, que l'on peut appeller 1, il parcourra en remontant la même Toiſe qu'il avoit parcourue en deſcendant, & cela dans un tems égal; & que s'il étoit tombé de 4 Toiſes, & par conſéquent avoit acquis par ſa chûte la vîteſſe 2, & remontoit, il parcourroit les mêmes 4 Toiſes avec cette vîteſſe 2. Les eſpaces parcourus, ou les effets de ces deux différentes Forces vives dont les vîteſſes ſont 1 & 2, ſont donc 1 & 4, c'eſt-à-dire,

com-

comme les quarrés des vîteſſes, & par conſéquent ces quarrés ſont la meſure des Forces vives.

Ce raiſonnement, ſur lequel M. Leibnitz s'eſt d'abord fondé, a été confirmé enſuite par des expériences. Quand un Corps remonte avec la vîteſſe acquiſe par une chûte, il ſurmonte l'obſtacle de ſa peſanteur, qui le retire toûjours en embas; mais on lui a donné d'autres obſtacles à ſurmonter, on l'a fait tomber d'une certaine hauteur ſur une matiere molle & capable de céder & de s'enfoncer, comme de la Cire ou de la Glaiſe; enſuite on l'a fait tomber d'une hauteur plus grande, quadruple, par exemple, ſur la même matiere; il n'avoit dans le 2d cas qu'une vîteſſe double de celle du 1er, & cependant l'enfoncement du 2d cas a toûjours été quadruple de celui du 1er. L'expérience, quoique délicate, a été exacte, & on l'a bien répétée. Les enfoncemens ſont les effets des différentes vîteſſes d'un même Corps, qui a eu la ténacité, la réſiſtance de la même matiere à vaincre. Voilà donc les deux différentes Forces vives de ce Corps meſurées par les quarrés de ſes deux vîteſſes. Si un Corps qui a 4 de maſſe, tombe de la hauteur 1, & qu'un autre qui a 1 de maſſe, tombe de la hauteur 4, les enfoncemens ſont égaux, parce que les produits des maſſes, qui ſont alors à compter, & des quarrés des vîteſſes 1 & 2, ſont égaux. Pareillement ſi les obſtacles à vaincre ſont des Reſſors qu'un Corps doive plier ou fermer entierement par l'impreſſion d'une certaine vîteſſe qu'il aura, on trouve

toûjours que les nombres différens de Reſſorts égaux qu'il fermera avec différentes vîteſſes ſeront, non comme ces vîteſſes, mais comme leurs quarrés.

De tout cela M. Bernoulli avoit fait dans le Traité que nous avons cité, une Théorie très-ingénieuſe, & en un mot, digne de lui. Quand il s'éleva des contradicteurs dans l'Académie, M. l'Abbé Camus en donna une autre d'un tour entierement différent, mais qui retomboit toûjours dans les mêmes concluſions. Non ſeulement la même vérité peut être plus ou moins claire, & frapper plus ou moins ſous différens jours, mais l'accord de différentes méthodes peut devenir une preuve.

M. l'Abbé Camus a principalement conſidéré des Reſſorts qui ſeront pliés, ou plutôt fermés par des Corps en mouvement, & ils peuvent en effet repréſenter tous les obſtacles qui ſe trouveront à vaincre, tous les effets d'une Force vive. Il conçoit ces Reſſorts comme compoſés de deux branches égales en ligne droite, qui s'uniſſent à un point ou ſommet dont l'angle quelconque eſt l'ouverture du Reſſort. Pour les fermer, il faut appliquer exactement les deux branches droites l'une ſur l'autre. Quand il y a pluſieurs Reſſorts, ils ſont égaux en tout, & poſés ſur une même droite ou *baſe*, de ſorte qu'une extrémité d'une branche de l'un s'appuye contre l'extrémité d'une branche du ſuivant. Cela s'appelle une *Suite de Reſſorts*.

On dit aſſés communément, qu'il ne faut pas plus de force pour fermer une Suite de Reſ-

Reſſorts en nombre quelconque, que pour en fermer un ſeul de cette Suite : M. l'Abbé Camus ne convient pas de cette eſpece de principe, & toute ſa Théorie a beſoin qu'il ſoit faux. Il paroît en effet très-paradoxe que la même force finie qui fermeroit un Reſſort, en fermât une infinité de pareils, car cela iroit ſi loin qu'on voudroit. Cependant il y a là quelque choſe de vrai ; certainement on ne peut fermer un Reſſort ſans les fermer tous, la force finie qui ſuffit pour un, ſuffit donc pour tous ; mais il y a auſſi quelque choſe de faux, & c'eſt ce que nous allons tâcher de démêler.

Un Corps, qui a une vîteſſe à parcourir d'un mouvement uniforme 1 pied en 1 Minute, parcourra 2 pieds en 2 Minutes, une infinité de pieds en une infinité égale de Minutes ; il a en ſoi dequoi ſe mouvoir éternellement, quoique ſa force ſoit finie, il faut ſeulement qu'il ne rencontre point d'obſtacles. Je ſuppoſe cette force telle que quand il ſe ſera mû pendant 1 Minute, toûjours appliqué à un Reſſort qu'il fermera à la fin, & dont la baſe, qui répond à l'ouverture qu'il aura eûe d'abord, ait été de 1 pied, cette force ſoit entierement conſumée ; & je ſuppoſe enſuite qu'au lieu de ce Reſſort, on lui en donne à fermer deux conſécutifs égaux à celui-là. Il ne peut les fermer ſans les appliquer tous deux l'un contre l'autre, ſans réduire à rien leur baſe commune double de la 1re, c'eſt-à-dire, ſans parcourir un eſpace de 2 pieds. Or cet eſpace, il ne le peut parcourir qu'en 2 Minutes, donc dans la 1re Minute il ne peut avoir fer-

fermé qu'à demi chacun des deux Reſſorts, & à la fin de la 2de il les aura entierement fermés tous deux, & ſa force ſera conſumée. La force qui fait parcourir 2 pieds en 2 Minutes, eſt la même que celle qui fait parcourir 1 pied en 1 Minute; donc avec la même force qui a fermé un Reſſort il en ferme deux, mais il employe deux fois plus de tems à fermer les deux. Il peut de même en fermer une infinité dans un tems infini, avec la même force finie. L'idée commune vient de ce que tous les Reſſorts ſont fermés à la fois par la même force, qui en auroit fermé un ſeul; mais il faut prendre garde qu'ils ne le ſont qu'après un tems proportionnel à leur nombre.

Si ce même Corps ayant une vîteſſe de 1 pied en 1 Seconde, c'eſt-à-dire, 60 fois plus grande, rencontre un des Reſſorts précédens, & qu'il doive conſumer toute ſa force à le fermer, il eſt évident qu'il le fermera en 1 Seconde, en 60 fois moins de tems qu'il ne faiſoit auparavant. Ainſi ſa nouvelle vîteſſe non ſeulement lui fait parcourir le même eſpace en 60 fois moins de tems, mais lui fait ſurmonter le même obſtacle ou produire le même effet en 60 fois moins de tems; ce qui donne la vîteſſe priſe ſous deux différens aſpects, ou géométriquement parlant, le quarré de la vîteſſe. En général la vîteſſe, entant qu'elle produit un mouvement uniforme, & éternel par ſa nature, n'eſt qu'un rapport d'un certain eſpace déterminé à un tems déterminé, & toûjours le même; mais la même vîteſſe qui ne produira pas un mouvement éternel, parce qu'elle rencontrera des obſta-

obſtacles, & ſe conſumera à les vaincre, a de plus un rapport au tems dont elle aura beſoin pour les vaincre, puiſqu'elle ſera d'autant plus grande, que ce tems ſera plus court. Elle a le premier rapport par ſa nature, & ne le perd point; elle acquiert le ſecond par la circonſtance de rencontrer des obſtacles, & de s'employer à les vaincre.

Il eſt clair que de-là ſuit le quarré des tems, auſſi-bien que celui des vîteſſes.

Si au lieu qu'on a ſuppoſé juſqu'ici le même Corps, on en ſuppoſe deux différens, leurs maſſes ſeront à conſidérer, & ils auront de ce chef des Forces qui ſeront comme leurs maſſes.

Si on ſuppoſe deux Reſſorts inégaux en force, en roideur, ils ſeront d'autant plus difficiles à fermer qu'ils ſeront plus forts ou plus roides; & ſi l'on ſuppoſe pluſieurs Reſſorts à fermer par un même Corps, il faut les concevoir tous égaux entre eux, ouverts autant qu'ils peuvent l'être, diſpoſés de ſuite ſur une baſe commune, dont la longueur ſera l'eſpace qu'il faut que le Corps parcoure. Une Suite de Reſſorts étant poſée, ſi l'on en veut conſidérer une ſeconde différente, il faut concevoir ces ſeconds Reſſorts encore égaux entre eux, auſſi ouverts que les premiers, quoique plus ou moins roides, & poſés ſur une baſe commune, dont la longueur ſera à la longueur de la premiere, comme le nombre des ſeconds Reſſorts au nombre des premiers. De ce chef, plus le nombre des Reſſorts ſera grand, ou une baſe longue, plus, conformément à ce qui a été dit, il faudra de force

pour fermer cette Suite de Reſſorts dans le même tems qu'une plus courte.

Tout cela poſé, la difficulté qu'un Corps aura à vaincre pour former une Suite quelconque de Reſſorts égaux, ſera donc le produit de la roideur d'un de ces Reſſorts, & de leur nombre, ou de leur baſe commune; & la force qu'il aura ſera le produit de ſa maſſe, & du quarré de ſa vîteſſe. Ainſi les effets & les réſiſtances vaincues étant toûjours en même raiſon que les forces, ſi deux Corps différens en maſſe & en vîteſſe ferment deux Suites de Reſſorts différentes en roideur & en nombre, le produit qui exprime la force du 1er Corps ſera toûjours au produit qui exprime la force du 2d, comme le produit qui exprime les réſiſtances vaincues par le 1er, au produit qui exprime les réſiſtances vaincues par le 2d. De-là M. l'Abbé Camus tire, ſelon toutes les règles de l'Algebre & de la Géométrie, des Formules générales, dont il n'a plus qu'à faire uſage pour tous les cas particuliers qu'on peut imaginer. Le peu que nous avons dit ſuffit pour faire voir que le quarré des vîteſſes entre toûjours dans l'eſtimation ou meſure des Forces, qui certainement ſont alors vives; le Syſtême général, & même toutes les idées incidentes de M. Bernoulli, ſe retrouvent toûjours.

Il y a une de ces idées, qui nous paroît ſingulierement digne de remarque. Un Corps d'une certaine maſſe, & d'une certaine vîteſſe, ferme un Reſſort en un certain tems; un autre Corps qui n'aura que la moitié de maſſe, mais le double de vîteſſe, fermera dans le même tems

tems deux Reſſorts égaux chacun au premier; il en fermera trois avec un tiers de maſſe, & une vîteſſe triple; & enfin une infinité avec une maſſe infiniment petite, & une vîteſſe infinie, toûjours dans le même tems fini déterminé. Cependant la force, ou quantité de mouvement, qui eſt le produit de la maſſe & de la vîteſſe, eſt toûjours la même dans tous ces cas; comment la même force peut-elle produire des effets qui vont juſqu'à différer infiniment? car il y a une différence infinie entre fermer un ſeul Reſſort, ou une infinité de Reſſorts pareils dans un même tems.

Non ſeulement c'eſt-là une vérité que le Calcul de M. Bernoulli & celui de M. l'Abbé Camus donnent inconteſtablement, & qu'il faut recevoir ſur la foi de ces Calculs, mais il ſemble qu'on en peut auſſi découvrir les premiers principes. La Force eſt toûjours en elle-même le produit de la maſſe & de la vîteſſe, mais quand on la veut conſidérer par rapport à ſes effets, il faut conſidérer auſſi laquelle y a le plus de part, de la maſſe, ou de la vîteſſe. Quand il s'agit de fermer en un certain tems une Suite quelconque de Reſſorts, on voit aſſés clairement que la vîteſſe a plus de part à cet effet que la maſſe; il faut une maſſe, puiſqu'il faut un Corps: mais il n'eſt queſtion que de faire parcourir à cette maſſe dans le tems déterminé la ligne qui ſera la baſe commune des Reſſorts, & cela n'appartient qu'à la vîteſſe. La grandeur de la maſſe devient indifférente, elle

peut diminuer tant qu'on voudra, pourvû que la vîteſſe augmente proportionnellement. Ainſi on peut concevoir qu'une particule d'air avec une vîteſſe prodigieuſement grande fermeroit une très longue Suite de Reſſorts.

Mais on ne peut pas concevoir de même que cette ſeule particule avec cette même vîteſſe déracinât & enlevât un Arbre. C'eſt qu'alors il faut un très-grand nombre de particules pareilles qui conſpirent au même effet, c'eſt-à-dire, que la maſſe a beaucoup de part à cet effet auſſi-bien que la vîteſſe, & quand toutes deux ſeront d'une certaine grandeur, l'Arbre ſera déraciné & emporté. Un très-gros Boulet de Canon avec une petite vîteſſe renverſera plutôt un Mur, que ne feroit une balle de Mouſquet avec une grande vîteſſe; & peut-être pourroit-on pouſſer cette comparaiſon juſque dans l'Infini, ce qui feroit l'Inverſe exacte de la propoſition de Mrs Bernoulli & Camus.

Nous pouvons faire encore une remarque tirée de la Théorie de M. l'Abbé Camus. Qu'un Reſſort ait ſon ouverture naturelle de 30 degrés, c'eſt-à-dire, qu'étant poſé ſur une baſe, elle ſera la corde d'un arc de 30 degrés dans un Cercle, dont le centre ſeroit le point où s'uniſſent les deux branches du Reſſort; M. l'Abbé Camus démontre qu'il ne faudra pas tant de force pour le fermer que pour en fermer deux autres égaux à lui, & dont chacun ſeroit déja réduit à l'ouverture de 15 degrés. La preuve en eſt bien ſimple. Chacun des deux Reſſorts à demi-fermés

més a pour baſe une corde de 15 degrés; deux cordes de 15 degrés ſont plus grandes que la corde de 30; il y a donc moins d'eſpace à parcourir; & par conſéquent il faut moins de vîteſſe ou de force pour fermer le Reſſort ouvert de 30, que les deux ouverts ſeulement de 15. De-là doit ſuivre cette propoſition générale, & qui peut avoir ſon utilité: Que ſi deux Suites de Reſſorts en nombre inégal ſont telles que les ouvertures des Reſſorts d'une part faſſent des ſommes égales aux ouvertures des Reſſorts de l'autre part, il faudra moins de force pour fermer la Suite qui aura le moindre nombre de Reſſorts. Nous omettons d'autres points, quoique conſidérables, de la Théorie de M. l'Abbé Camus; il nous ſuffit d'en prendre l'eſſentiel.

M. le Chevalier de Louville, qui s'étoit élevé le premier dans l'Académie contre le Syſtême des Forces vives, ſoûtint ſon ancien ſentiment, & l'appuya d'un grand nombre de raiſons nouvelles. Nous n'en détacherons encore ici que ce qu'il y a de plus important & de plus inſtructif, car il importe plus au Public d'être inſtruit du fond des choſes, que de tout le détail d'une conteſtation.

M. Bernoulli avoit fait un raiſonnement très ſpécieux. Un Corps qui a 2 de vîteſſe rencontre obliquement un Reſſort. Puiſque le choc eſt oblique, le Reſſort ne reçoit d'impulſion que ſelon ce qu'il y a de perpendiculaire dans ce choc; il faut donc décompo-

poſer la direction oblique du Corps choquant, & on la peut décompoſer de façon qu'elle ſera l'hypothenuſe d'un triangle rectangle, dont les deux autres côtés ſeront les deux directions compoſantes; & cette hypothenuſe, qui eſt la direction du Corps choquant, exprimant naturellement ſa vîteſſe 2, il ſera aiſé que des deux directions compoſantes celle qui ſera perpendiculaire au Reſſort ſoit la moitié de l'hypothenuſe ou 1, moyennant quoi l'autre ſera néceſſairement la racine de 3. Le Corps ne choquera donc le Reſſort qu'avec la vîteſſe ou force 1 qu'il perdra, & il n'agira nullement ſur lui par ſa vîteſſe parallele, racine de 3, qu'il conſervera entiere. Si avec cette derniere vîteſſe il rencontre obliquement un 2d Reſſort égal au 1er, on peut encore décompoſer cette vîteſſe ou direction de maniere qu'elle ſera l'hypothenuſe d'un triangle rectangle, dont un des petits côtés étant 1, & l'autre la racine de 2, le côté 1 ſoit la vîteſſe perpendiculaire, qui ſeule fera impreſſion ſur le Reſſort, & y paſſera, enſorte que le Corps n'aura plus que la vîteſſe, racine de 2. Si avec cette vîteſſe il rencontre encore obliquement un 3me Reſſort, elle ſe décompoſera encore en deux, égales l'une & l'autre à 1, & la vîteſſe ou force perpendiculaire 1 du Corps paſſera dans le Reſſort, & il ne reſtera au Corps que la vîteſſe 1 ſelon une direction parallele à ce 3me Reſſort. Si enfin avec cette vîteſſe 1 il rencontre directement ou perpendiculairement un 4me Reſſort égal aux autres, il n'y a plus de décompoſition à faire, toute la vîteſſe 1

du

du Corps paſſera dans le Reſſort. Un Corps qui avoit originairement 2 degrés de vîteſſe ou de force, en a donc communiqué 4, & ſon effet total a été comme le quarré de la vîteſſe primitive. Ce ſeroit la même choſe, ſi au lieu de ces 4 Reſſorts on mettoit 4 Boules égales choquées ſucceſſivement par une ſeule, & ſelon les mêmes directions, ou vîteſſes.

A cela M. le Chevalier de Louville répond que dans les cas où l'on eſt obligé de décompoſer les directions ou mouvemens, il ne faut pas s'attendre que les mouvemens compoſans ne faſſent qu'une ſomme égale au mouvement compoſé. Ils en font toûjours & néceſſairement une plus grande. Le compoſé, ainſi que l'a dit ailleurs M. Bernoulli, n'eſt pas un Tout formé des compoſans, comme de parties intégrantes; c'eſt un Réſultat des compoſans qui ſe ſont combinés & ajuſtés enſemble de façon à prendre une direction commune, à faire enſemble un même effet. Ils n'ont pû s'accommoder ſans ſe relâcher, pour ainſi parler, quelque choſe l'un à l'autre, c'eſt-à-dire, pour s'exprimer plus exactement, que tout ce qu'il y avoit de directement contraire dans leurs directions a péri, & qu'il n'en eſt reſté que ce qui conſpiroit à une direction commune. Ainſi il ne faut pas croire que tout ce qu'on trouvera de Force dans des mouvemens compoſans, ſoit la meſure du compoſé; cela excédera toûjours.

Pour le faire encore mieux voir, M. le Chevalier de Louville prend des chocs directs, où il n'y a point de décompoſition à fai-

faire. Un corps élaſtique qui a 4 de maſſe & 4 de vîteſſe, & par conſéquent 16 de force ou de quantité de mouvement, rencontre un Corps en repos qui n'a que 1 de maſſe. M. de Louville calcule par les Règles que M. Bernoulli a données pour le choc direct des Corps élaſtiques, ce que le plus grand Corps donne de vîteſſe au petit, ou, ce qui eſt le même, ce qu'il perd de ſa force. Avec ſa force ainſi diminuée, il rencontre un 2d petit Corps en repos égal au 1er, & perd encore de ſa force qui lui reſtoit une certaine quantité calculée. A la rencontre d'un 3me Corps égal aux deux 1ers, il perd encore une certaine quantité de ſa force reſtante, & cela iroit à l'infini; mais on ſuppoſe que le grand Corps après un certain nombre fini de fois qu'il a rencontré & choqué les petits, en rencontre enfin un égal à lui, auquel cas il lui donne toute la force qui lui reſtoit en dernier lieu. Si l'on met en une ſomme tout ce que le premier grand Corps a donné de force à chaque choc, il ſe trouve que cette ſomme eſt égale à ce qu'il avoit de force avant que d'avoir fait aucun choc, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt 16 dans l'exemple préſent.

M. de Louville tire de-là une Règle pour trouver tout d'un coup la ſomme de toutes les Forces communiquées par le Corps choquant à tous les petits toûjours égaux qu'il aura rencontrés en nombre quelconque. Tant que leur nombre eſt fini, cette ſomme eſt moindre que la force qu'avoit le grand Corps avant les chocs, le complément de cette ſomme pour égaler cette prèmiere force eſt ce

que

que le Corps choquant donnera enfin à un Corps égal à lui, s'il le rencontre après tous les petits; & comme cette ſomme approche toujours d'autant plus d'être égale à la premiere force, que le nombre des petits Corps choqués eſt plus grand, elle arrive enfin à l'égalité exacte, lorſque le nombre de ces petits Corps eſt infini, & il n'eſt plus beſoin que le Corps choquant en rencontre en dernier lieu un égal à lui.

Si on ſuppoſe que le Corps choquant ayant toûjours 4 de maſſe, n'a que 2 de vîteſſe, ce qui fait 8 de force, la Règle précédente ne donne que 8 pour la ſomme de toutes les forces communiquées après un nombre de chocs, ſoit fini, ſoit infini. Ainſi dans les deux cas où le même Corps choquant a eu deux forces vives, où il les a exercées toutes entieres, puiſqu'il les a communiquées à d'autres Corps, & eſt demeuré lui-même ſans mouvement, ces forces n'ont été que 16 & 8, telles qu'elles étoient d'abord, c'eſt-à-dire, qu'elles n'ont été que comme 4 & 2, vîteſſes primitives, & non comme leurs quarrés. Or ſi les Forces vives étoient comme les quarrés des vîteſſes, cette propriété devroit ſe manifeſter dans les chocs directs, tels que ces derniers, auſſi-bien que dans les obliques, dont on a parlé d'abord, & elle ſe manifeſteroit même plutôt dans les directs, qui ſont plus ſimples. Si elle n'eſt pas dans les directs, il n'eſt pas poſſible qu'elle ſoit dans les obliques; & l'on voit de plus pourquoi elle paroîtra fauſſement être dans les obliques, c'eſt qu'il y faut décompoſer les mou-

ves

venens, & que la ſomme des compoſans eſt toûjours plus grande que le compoſé.

M. le Chevalier de Louville prouve que pluſieurs concluſions généralement reçûes en Méchanique ſeroient détruites, & même un des fondemens de l'excellent ouvrage de M. Bernoulli ſur la *Manœuvre des Vaiſſeaux*, ſi ſon nouveau Syſtême des Forces vives avoit lieu. Cela demanderoit une explication trop longue, & nous nous contenterons de rapporter ſa derniere objection, qui eſt phyſique, & très-ſenſible. Toutes les expériences prouvent exactement que les impulſions des fluides contre des ſurfaces directement expoſées à leur cours, ſont comme les quarrés des vîteſſes de ces fluides; & tout le monde en ſait la raiſon, c'eſt que les fluides étant compoſés de parties ſolides très-petites, qui laiſſent des interſtices entre elles, & ſe meuvent indépendamment les unes des autres, ces parties ont plus de force pour choquer la ſurface, non ſeulement parce qu'elles ſe meuvent plus vîte, mais parce que ſe mouvant plus vîte elles ſe ſuccedent les unes aux autres pour aller frapper la ſurface d'autant plus promptement qu'elles vont plus vîte, ou, ce qui eſt le même, la frappent en un nombre d'autant plus grand dans le même tems déterminé. Or ſelon le Syſtême des Forces vives, leurs forces ſeroient d'abord comme le quarré des vîteſſes, & enſuite comme leur nombre qui ſuit la raiſon des vîteſſes ſimples, ce qui donneroit leurs forces comme les cubes des vîteſſes, & non comme les quarrés.

M. de

M. de Mairan ſe déclara auſſi dans l'Académie pour l'ancien ſentiment des Méchaniciens. Il reçoit toutes les expériences faites par les défenſeurs des Forces vives, mais il nie les conſéquences que l'on en voudroit tirer. Il a voulu remonter juſqu'aux premiers principes, & embraſſer ce ſujet par tous ſes côtés.

Les effets ſont proportionnels aux cauſes, ou les meſurent; cela eſt vrai, pourvû qu'on faſſe une eſtimation juſte des effets. Une force finie fera parcourir d'un mouvement uniforme un eſpace infini dans un Milieu ſans réſiſtance, cet eſpace infini parcouru eſt ſon effet, mais il n'eſt pas ſa meſure, puiſqu'elle n'eſt que finie; il ne ſera ſa meſure que quand on le conſiderera par rapport au tems infini pendant lequel il a été néceſſairement parcouru. Une force finie n'eſt que finie, & toûjours la même, en faiſant parcourir un eſpace infini dans nu tems infini. Nous avions déja fait voir en 1721, d'après M. le Chevalier de Louville, combien cette conſidération du tems étoit indiſpenſable dans l'eſtimation des Forces. Nous ne répéterons point ce que nous en avons dit: mais M. de Mairan étant entré à fond dans cette conſidération, nous en prendrons ce qu'il a donné de plus nouveau, & de plus ſimple tout enſemble.

Il prouve que dès qu'un Corps ſe meut plus vîte, il doit auſſi, tout le reſte étant égal, ſe mouvoir plus long-tems en même raiſon. La force du mouvement a par elle-même une durée infinie, & demeure toûjours égale, puiſqu'un mouvement uniforme

&

& ſans obſtacles ſeroit éternel. Mais ſi cette force ſe conſumoit en s'exerçant, il faudroit néceſſairement concevoir que plus elle ſeroit grande, plus elle ſe conſumeroit lentement, plus long-tems elle ſubſiſteroit ſans s'anéantir. Mais une force de mouvement plus grande par la vîteſſe ne ſauroit l'être ſans faire parcourir dans un tems égal un eſpace plus grand en raiſon de cette vîteſſe; donc non ſeulement cette force fera parcourir ce plus grand eſpace, mais ſi elle ſe conſume en s'exerçant, elle durera & ſubſiſtera pendant un tems qui ſera plus long en raiſon de cette même vîteſſe, puiſque ce n'eſt que par la vîteſſe qu'elle eſt plus grande. Ainſi, ſi de deux Corps égaux, dont l'un aura 1 de vîteſſe, & l'autre 2, la force du 1er ſe conſume en parcourant 1 Toiſe en 1 Minute, le 2d parcourra non ſeulement 2 Toiſes pendant cette Minute, mais il en parcourra encore 2 dans une autre Minute pendant laquelle le 1er Corps n'aura plus de mouvement. Or de ce que le 2d Corps a parcouru 4 Toiſes, & le 1er 1 ſeule, il ne s'enſuit pas que le 2d ait eu une force quadruple, car il ne l'a eue certainement que double, ni ait produit un effet quadruple, car il ne l'a produit qu'en deux tems, le 1er ayant produit le ſien en un. Il a ſeulement fait en un même tems dans la 1re Minute le double de ce qu'a fait l'autre, & lorſqu'il s'eſt mû dans la 2de Minute, tandis que le 1er Corps étoit en repos, il n'a fait que le double de ce que le 1er auroit fait ſi ſon mouvement ne ſe fût pas anéanti; autrement il faudroit dire que cette 2de Minute ren-

rendroit infini le rapport de force du 2d au 1er, parce que l'un ſe meut, tandis que l'autre ne ſe meut point: mais ce rapport infini ſeroit abſurde.

Nous avons ſuppoſé que la force ſe conſumoit d'elle-même en s'exerçant: mais réellement, ce ſont des obſtacles étrangers qui la conſument; & cela revient au même. De tous ces obſtacles le plus commun ou le plus connu par l'expérience, c'eſt la Peſanteur, qui s'oppoſe au mouvement des Corps qui montent, & le détruit bien-tôt. M. de Mairan fait aiſément voir que ſi deux Corps égaux tombés, le 1er de la hauteur 1 en 1 Minute, le 2d de la hauteur 4 en 2 Minutes, remontent avec les dernieres vîteſſes acquiſes à la fin de leurs chûtes, c'eſt à-dire, le 1er avec la vîteſſe 1, l'autre avec la vîteſſe 2, leurs forces ne ſont que comme leurs vîteſſes, quoique le 2d parcoure un eſpace quadruple de l'eſpace du 1er. C'eſt la même choſe au fond, que ce que nous venons de dire. Cependant pour entrer plus dans le détail, nous dirons que le 1er Corps, qui avoit acquis une vîteſſe à pouvoir remonter en 1 Minute par un mouvement uniforme à une hauteur double de celle d'où il étoit tombé, ne remonte qu'à cette même hauteur, parce que la Peſanteur le retire continuellement en embas, & qu'arrivé à cette hauteur 1 à la fin de la 1re Minute, il n'a plus de mouvement pour remonter; que pareillement le 2d Corps, dont la vîteſſe 2 devenue uniforme l'auroit fait remonter en 2 Minutes à la hauteur 8, & par conſéquent à la hauteur 4 pendant

dant la 1re Minute, ne remontera qu'à la hauteur 3, parce qu'étant autant retiré en embas pendant le même tems par la Peſanteur que le 1er Corps, il perdra 1 d'eſpace auſſi-bien que lui, & qu'enfin pendant la 2de Minute ayant perdu la moitié de ſa vîteſſe, & en ayant encore dequoi parcourir un eſpace 2 d'un mouvement uniforme, il ne parcourra que 1, à cauſe de l'action de la Peſanteur. Donc dans le 1er inſtant que les deux Corps ont remonté, le 1er avoit une force à remonter dans 1 Minute par un mouvement uniforme à une hauteur 2, & l'autre à une hauteur 4, c'eſt-à-dire, à parcourir des eſpaces en raiſon des vîteſſes, & cela éternellement s'ils n'avoient pas été peſans; ces eſpaces différens qu'ils auroient parcourus, chacun dans un même tems, ſont la véritable meſure de leurs forces, car quoique la Peſanteur qui les empêche de les parcourir, & éteint même promptement leur mouvement en enhaut, ſoit conçûe comme inhérente aux Corps, elle ne fait que ce qu'auroient fait des obſtacles étrangers, & les Corps mûs ont toûjours eu la même force primitive, ſoit qu'elle ſoit combattue ou non, quand elle vient à s'exercer.

Il eſt vrai que ce rapport de 2 à 1, qui auroit été entre les eſpaces parcourus d'un mouvement uniforme, & qui eſt celui des vîteſſes ou forces, ne paroît plus dans les eſpaces parcourus par le mouvement que la Peſanteur a retardé; dans la 1re Minute les eſpaces parcourus ſont 3, & 1; & dans la 2de, 1 & 0. Mais

0. Mais cela vient de ce que la Peſanteur agit ou eſt ſuppoſée agir toûjours également en tems égaux; ſi dans la 1re Minute elle a fait perdre 1 d'eſpace au 1er Corps, qui auroit parcouru 2, elle doit cauſer la même perte d'eſpace au 2d Corps, & réduire à 3 l'eſpace 4 qu'il eût parcouru, &c. ce n'eſt là qu'une eſpece d'accident.

Ce qui le prouve encore mieux, c'eſt une remarque aſſés ſubtile de M. de Mairan. Ce tems pendant lequel on conſidere le mouvement des deux Corps, & qu'on a partagé arbitrairement en 2 Minutes ou parties, ſi en le laiſſant le même pour la durée totale, on le partage en un plus grand nombre de parties, comme en 8, ou en 10, &c. dont la moitié ſera toûjours la durée du mouvement du 1er Corps, & le tout ſera celle du mouvement du 2d, on trouvera que quand on a pris 8 parties, l'eſpace parcouru par le 2d Corps pendant la 1re 8me ſera 15, & par le 1er 7: or ces deux 1ers eſpaces parcourus, 15 & 7, différent beaucoup moins d'être comme les vîteſſes 2 & 1, que 3 & 1, 1ers eſpaces parcourus lorſque l'on n'avoit partagé le tems total qu'en 2. Pareillement ſi on l'avoit partagé en 10, on auroit pour les deux 1ers eſpaces parcourus par les deux Corps, 19 & 9, qui différent encore moins d'être comme 2 & 1, & toûjours ainſi de ſuite: d'où il paroît que plus le même tems ſera conçû diviſé en un grand nombre de parties, plus dans la 1re de ces parties les eſpaces parcourus par les deux Corps approcheront d'être en même raiſon que les vîteſſes, & qu'enfin dans l'infini ils

auroient exactement cette raiſon. La nature des forces de ces deux Corps eſt donc par elle-même de leur faire parcourir des eſpaces en raiſon des vîteſſes, elles commencent par-là dans la 1re portion de tems infiniment petite, & pourſuivroient toûjours de même, ſi des obſtacles ou intérieurs ou extérieurs n'altéroient ce rapport. Il ſubſiſteroit même encore, ſuppoſé que la Peſanteur, obſtacle intérieur, ne diminuât les forces que proportionnellement, c'eſt-à-dire, qu'elle diminuât la force ou vîteſſe 1 une fois moins que la vîteſſe 2; mais elle les diminue toûjours également dans des tems égaux, & de-là vient que le 1er Corps qui ſeroit en mouvement auſſi long-tems que le 2d ſi la diminution étoit proportionnelle, ceſſe d'être en mouvement tandis que l'autre y eſt encore: il n'avoit pas tant à perdre, & a tout perdu dans le même tems que l'autre n'a pas pû perdre tout. Si on comparoit les deux forces pendant le tems où le 2d Corps ſe meut encore, & le 1er eſt en repos, on tomberoit dans l'inconvénient déja marqué de leur trouver un rapport infini; au lieu qu'en les prenant dans le premier tems où elles commencent à s'exercer, & où les obſtacles n'ont encore agi contre elles qu'infiniment peu, on leur trouve le rapport des vîteſſes, marque ſûre que c'eſt là leur vrai rapport. Car enfin, une force, qui trouvera des obſtacles à vaincre, eſt par elle-même une certaine grandeur, eſt d'un certain degré, indépendamment de ces obſtacles; ils l'affoibliront, l'anéantiront à la fin, mais ils n'empêcheront pas qu'elle n'ait été

été par elle-même de ce degré déterminé.

Il ſuit de-là, que la vraye meſure d'une force, qui a agi malgré des obſtacles, & qui en a été enfin détruite, eſt ou ce qu'elle eût fait ſi elle n'eût pas trouvé d'obſtacles, ou ce qu'ils l'ont empêchée de faire; car puiſqu'ils l'ont détruite, la ſomme de tout ce qu'elle a perdu par eux, lui eſt égale. Si l'on prend la 1re vûe, il faut changer, comme on a fait en 1721 d'après M. de Louville, le mouvement retardé par la Peſanteur, en un mouvement uniforme, qui n'eût point rencontré d'obſtacles, & alors les forces ſont bien ſûrement comme les vîteſſes. Si l'on prend la 2de vûe, qui eſt de M. de Mairan, il faut, ce qui a d'abord un air de Paradoxe, eſtimer les forces, non par les eſpaces parcourus, mais par les eſpaces non parcourus. Dans l'exemple dont nous nous ſommes ſervis, on a vû que pendant la 1re Minute le 1er Corps, qui ne s'eſt mû que dans cette Minute, n'avoit parcouru que 1 d'eſpace au lieu de 2, que pendant cette même Minute le 2d Corps n'avoit parcouru que 3 d'eſpace au lieu de 4, & pendant la 2de Minute 1 d'eſpace au lieu de 2. Les eſpaces non parcourus par le 1er & le 2d Corps, qui repréſentent tout ce que la Peſanteur leur a fait perdre, ſont donc comme 1 & 2; or la Peſanteur leur a fait perdre tout ce qu'ils avoient de force; donc les forces des deux Corps étoient comme 1 & 2, comme les vîteſſes primitives.

On voit aſſés que tout ce que M. de Mairan dit des eſpaces non parcourus en vertu

de l'obſtacle intérieur de la Peſanteur, il le dira de même des effets non produits en vertu d'obſtacles extérieurs, tels que des Reſſorts qu'il faut applatir ou fermer, des matieres réſiſtantes qu'il faut enfoncer, &c. Il eſt clair que tout cela doit ſuivre la même loi, & ſe ranger ſous la même Théorie. Nous ferons ſeulement d'après lui une remarque qui eſt particuliere aux obſtacles extérieurs, mais qui ne change rien à l'eſtimation des forces. Plus un Corps ſe meut vîte, moins les obſtacles extérieurs, tels que d'autres Corps qu'il rencontre en ſon chemin, agiſſent ſur lui, parce qu'ils en ont d'autant moins de tems pour agir, & par conſéquent ils le retardent ou l'affoibliſſent d'autant moins. Cela répond parfaitement à ce que plus un Corps qui monte a de vîteſſe, plus la Peſanteur a beſoin d'un long tems pour éteindre ſon mouvement en enhaut.

Juſqu'ici nous n'avons comparé que des Corps égaux, qui avoient des vîteſſes différentes, & leurs maſſes par conſéquent n'ont point été à conſidérer. Mais, comme l'obſerve M. de Mairan, le mouvement proprement dit n'enferme que l'idée de vîteſſe, d'eſpace plus ou moins grand parcouru en un certain tems déterminé. Un Corps ne tombe pas plus vîte pour avoir plus de maſſe, parce que la Peſanteur n'agit ſur lui que comme elle feroit ſur un nombre de Corps diſtincts, égaux entre eux, qui tous enſemble égaleroient ſa maſſe; & par conſéquent il ne remonte ni plus ni moins vîte qu'un plus petit Corps. Il en ira de même des obſtacles ex-

extérieurs, des autres Corps, par exemple, qu'il aura à déplacer; il en rencontrera un plus grand nombre en ſon chemin, mais il ſera dans le cas d'un nombre de petits Corps égaux à lui, dont chacun ne rencontreroit qu'un obſtacle, ſa vîteſſe ſera la même que celle de chacun d'eux. Il faut remarquer qu'il ne s'agit ici que des maſſes entant que maſſes, qui peuvent contribuer à la force, & non de ce que pourroit produire la conſidération des ſuperficies multipliées ou non, qui par elles-mêmes ne font rien à la force, mais peuvent varier les effets phyſiques. Les maſſes, ainſi qu'il a été déja dit, ne ſont à conſidérer dans la force, que quand il s'agit de faire une plus grande impreſſion dans un même tems ſur un même Corps.

Nous avons vû que ſi un tems fini eſt conçû diviſé en parties infiniment petites égales, les deux eſpaces infiniment petits parcourus pendant la 1re partie de ce tems par deux Corps qui auront des vîteſſes différentes, ſeront exactement comme ces vîteſſes, parce que l'oppoſition des obſtacles qui ſe trouveront n'eſt point encore à compter. Si ces obſtacles ne ſe trouvoient point, le mouvement ſeroit uniforme, le même rapport des eſpaces aux vîteſſes ſubſiſteroit toûjours. Les obſtacles diminuent les vîteſſes, & ce rapport change, il eſt vrai; mais cela n'empêche pas que les eſpaces de chacun des inſtans infiniment petits ne ſoient proportionnels aux vîteſſes de chacun de ces inſtans, ainſi qu'elles l'ont été dans le premier, c'eſt toûjours la même loi, la même néceſſité pour tous

les inſtans : auſſi tous les Géometres conçoivent & ſuppoſent que le mouvement eſt uniforme pendant chacun des inſtans, & qu'un mouvement retardé eſt la ſomme d'une infinité de mouvemens uniformes inégaux & décroiſſans. On conçoit de la même maniere que toutes les lignes ſont ou droites finies, ou formées de l'aſſemblage d'une infinité de droites infiniment petites. Si le mouvement eſt uniforme en ſon tout, le rapport des eſpaces parcourus aux vîteſſes eſt toûjours le même dans chaque partie & dans le Tout; ſi le mouvement n'eſt uniforme qu'en ſes parties infiniment petites, ce rapport eſt toûjours changeant d'une partie à l'autre, & n'eſt point le même dans le Tout que dans une partie quelconque. De-là vient que la propriété du mouvement uniforme, d'avoir toûjours les eſpaces proportionnels aux vîteſſes, ne ſe retrouve que dans les parties infiniment petites du mouvement non retardé par des obſtacles, & non dans le Tout. Selon les hypotheſes de Galilée, dans le mouvement retardé par la Peſanteur, pris en ſon Tout, les eſpaces ſont comme les quarrés des vîteſſes; mais ce qui forme ce rapport, c'eſt une ſomme infinie de mouvemens uniformes, dans chacun deſquels l'eſpace n'étoit que comme la vîteſſe. Ce qui eſt dit des mouvemens retardés s'applique de ſoi-même aux accélérés. De tout cela M. de Mairan conclud, que tout mouvement eſt eſſentiellement uniforme, & que s'il ne le paroît pas, il ſe réſout encore en mouvemens uniformes; comme toute ligne eſt droite ou formée de droi-

tes,

tes, lors même qu'elle eſt courbe : que ce ſont des accidens étrangers qui changent un mouvement uniforme en non uniforme, comme de nouvelles directions qui ſurviennent changent une ligne droite en courbe : que les propriétés du mouvement uniforme ſe retrouvent dans les Elémens des non-uniformes, comme celles de la ligne droite ſe retrouvent dans les Elémens des courbes : & qu'enfin la même ſimplicité de la Nature regne par-tout, & qu'il n'y a qu'à la démêler malgré les apparences qui la déguiſent.

Il devient préſentement inutile de dire que les Tendances ou Forces mortes, dont on convient que la meſure eſt la ſimple vîteſſe, ſont la même choſe que les Forces vives. Une Tendance eſt une force d'un certain degré, arrêtée par un obſtacle invincible ; que l'on ôte cet obſtacle, elle entrera en action, ſe déployera autant qu'elle le peut, mais elle n'en pourra pas plus qu'elle ne pouvoit, elle n'acquerra pas un nouveau degré de force. Ainſi, pour être devenue Force vive de Force morte qu'elle étoit, elle n'en aura pas une autre meſure ; & en effet nous avons vû que la Force vive dans le 1er inſtant de ſon action n'a pour meſure que celle qu'elle auroit eûe étant Force morte, & que cette même meſure du 1er inſtant, elle l'auroit toûjours ſans les obſtacles étrangers.

Mais nous nous arrêterons un peu davantage ſur les décompoſitions des mouvemens, quoique nous en ayons déja parlé d'après M. le Chevalier de Louville. Les défenſeurs des Forces vives en tirent de grands avanta-

ges, que M. de Mairan prétend leur enlever. La ſomme des mouvemens compoſans eſt toûjours plus grande que le compoſé, ce qui paroît favorable aux Forces vives, & nous avons dit pourquoi cela paroît fauſſement. M. de Mairan ajoûte, qu'on pourroit décompoſer de ſimples vîteſſes auſſi-bien que des mouvemens ou des forces, & qu'on trouveroit toûjours auſſi la ſomme des vîteſſes compoſantes plus grande que la compoſée, & par conſéquent cette compoſée plus grande en elle-même qu'elle n'eſt, & qu'on ne la ſuppoſe. La décompoſition eſt donc trompeuſe à cet égard.

De plus, la décompoſition a le même lieu dans les Forces mortes de pluſieurs puiſſances en équilibre & en repos, que dans les Forces vives de ces puiſſances en mouvement; & après tout ce qui a été dit, on en voit aſſés la raiſon eſſentielle. Dans l'équilibre, chacune d'elles tend à faire un certain effet par rapport aux autres, & cela en vertu de la combinaiſon de leurs vîteſſes virtuelles ſelon certaines directions, & la décompoſition fera aiſément reconnoître ces vîteſſes. Que l'on faſſe ceſſer l'équilibre par le retranchement d'une de ces puiſſances, il n'arrivera d'autre changement, ſinon que les vîteſſes virtuelles de toutes les autres deviendront actuelles en conſervant les mêmes directions; & par conſéquent la décompoſition n'y trouvera que ce qu'elle y avoit déja trouvé. La meſure des Forces mortes & des Forces vives ne ſeroit donc que la même par la décompoſition. M. de Mairan le prouve d'une maniere

niere plus géométrique, en comparant plusieurs puiſſances en équilibre qui tirent une Corde chacune ſelon une certaine direction, avec un Corps qui iroit ſucceſſivement ſelon ces différentes directions fermer pluſieurs Reſſorts.

Il fait voir qu'en décompoſant des mouvemens, on ne doit pas avoir moins d'égard à la circonſtance eſſentielle du tems, que quand il s'agit des mouvemens ſimples. Dans l'exemple rapporté ci-deſſus des 4 Reſſorts de M. Bernoulli, un Corps qui n'a que 2 de vîteſſe ou de force, choque chacun des 4 avec 1 degré de vîteſſe ou de force perpendiculaire; mais c'eſt en 2 tems, ou Minutes, ſi l'on veut. Quand on dit qu'un Corps a 2 de vîteſſe, on ſouſentend un rapport à un 1er Corps, qui n'ayant que 1 de vîteſſe, ne parcourroit que l'eſpace 1, tandis que le 2d parcourroit 2; & s'il s'agit de Reſſorts à fermer, le 1er n'en fermeroit que 1 en 1 Minute, & le 2d 2, d'où il ſuit que ce 2d n'en peut fermer 4 qu'en 2 Minutes. Mais parce que ſi la force du 1er ſe conſume en 1 Minute, celle du 2d ne ſe conſumera qu'en 2, & que l'une & l'autre force ne ſe conſument que par degrés, le 2d fermera 3 Reſſorts dans la 1re Minute, & 1 ſeulement dans la 2de; ce qui eſt parfaitement analogue au cas de deux Corps qui remontent par un mouvement retardé, le 1er à la hauteur 1, le 2d à la hauteur 2. Et en effet les deux cas ne ſont au fond que le même, puiſqu'il ne s'agit de part & d'autre que d'obſtacles ſurmontés par les mêmes forces.

Dans l'exemple des 4 Reſſorts, le Corps qui en doit fermer 3 dans la 1re Minute, & 1 ſeulement dans la 2de, choque obliquement les 3 premiers, & ſa force abſolue décroît comme les racines de 4, de 3 & de 2; & dans la 2de Minute où il choque perpendiculairement le dernier Reſſort, il n'a plus que la force, qui eſt racine de 1, ou 1, & il la perd entierement. En décompoſant les 3 chocs obliques de la 1re Minute, on lui trouve 3 fois la force perpendiculaire 1, avec laquelle ſeule il a choqué chaque Reſſort, & par conſéquent on la lui trouve 4 fois en tout; mais cette force perpendiculaire, répétée 4 fois en 2 Minutes, n'eſt pas plus la vraye meſure de la force du Corps, que ne l'eſt dans le cas du Corps qui remonte à 4 de hauteur en 2 Minutes, l'eſpace 1 répété de même 4 fois en ces 2 Minutes. Si la vîteſſe oblique du Corps qui choque les Reſſorts avoit été telle qu'elle n'eût pas dû ſe conſumer par degrés, mais ſeulement à la fin préciſément de la 2de Minute, on n'auroit trouvé que 2 de force perpendiculaire dans la 1re Minute, & 2 dans la 2de, & on auroit bien vû que cette force perpendiculaire ne ſuivoit que le rapport du tems, ou de la premiere vîteſſe ſuppoſée, & non aucun rapport de quarrés. Or que de cette fauſſe ſuppoſition on paſſe à la réalité, il eſt viſible que la différence vient de ce que la force ne diminue que par degrés, ce qui ne change rien à la quantité dont elle eſt primitivement, & par elle-même.

Si la vîteſſe de la 1re Minute ou l'eſpace par-

parcouru avoit été 3, le nombre des Reſſorts étant 9, & que tous les chocs, hormis le dernier, fuſſent obliques comme dans l'exemple précédent, on trouveroit par la même décompoſition, que le Corps choquant auroit pendant 3 Minutes conſécutives des vîteſſes, ou parcourroit des eſpaces repréſentés par les racines décroiſſantes des nombres 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 & 1, & l'on en tireroit 9 fois une vîteſſe ou force perpendiculaire 1; & ce ſera toûjours la même choſe quelle que ſoit la premiere vîteſſe qu'on ſuppoſera, mais il eſt viſible que la même réponſe aura auſſi toûjours lieu. Les quarrés des vîteſſes qui ſe trouveront toûjours, ne ſeront jamais la meſure d'une force.

Pour entrer plus avant dans cette matiere avec M. de Mairan, obſervons que quand on a dans les décompoſitions précédentes une certaine force ou vîteſſe perpendiculaire 1, répétée un certain nombre de fois, & tirée d'une premiere vîteſſe ou force oblique, cela vient de ce qu'on a pris la premiere vîteſſe ou direction oblique pour l'hypothenuſe d'un triangle rectangle, dont on vouloit qu'un des petits côtés fût 1, toûjours ainſi de ſuite, juſqu'à la derniere vîteſſe, qui a été 1, & qui étant perpendiculaire n'a point eu beſoin de décompoſition. Par-là on a trouvé un rapport qui a paru être celui des quarrés des vîteſſes. Mais la décompoſition qu'on a faite de cette maniere, on eût pu la faire d'une infinité d'autres, qui toutes auroient donné d'autres rapports. Car il eſt certain qu'un mouvement même ſimple, ou produit par une force uni-

que, peut être conçû comme la diagonale d'une infinité de parallelogrammes différens, dont les côtés, qui auront toûjours entre eux différens rapports, repréſenteront les différentes forces, & leurs directions, qui priſes deux à deux auroient pû produire ce même & unique mouvement ſimple.

Il eſt vrai que de-là naît une difficulté. Un Corps dont le mouvement n'a qu'une direction, a donc virtuellement dans cette ſeule direction une infinité de directions différentes, priſes deux à deux, puiſqu'il n'y en a aucunes qu'il ne vienne à avoir réellement ſelon les différens cas où il ſe trouvera. Mais cette difficulté ne regarde que la Théorie des Mouvemens compoſés, ſi bien établie, & ſi néceſſaire; & non pas le ſujet dont il s'agit ici.

Nous pouvons cependant donner quelque legere idée de ſolution, en diſant que comme toute force de mouvement, quoique finie, contient en ſoi un infini en tems, puiſqu'elle pourroit durer ſans fin; de même toute direction de mouvement contient un infini en nombre, qui eſt celui de toutes les directions priſes deux à deux, dont elle auroit pû réſulter. L'Infini eſt par-tout de quelque maniere que ce ſoit, tout Fini ſe réſout en Infini. Quand une direction a été une fois réellement formée par deux certaines directions déterminées, elle ne conſerve aucunes traces d'avoir été formée par elles, elle n'en a pas plus le caractere que de toutes les autres qui ne l'ont point formée réellement, mais qui l'auroient pû. Elle eſt toûjours indifférente à être également le réſultat des unes ou des autres, & ce

ſont

ſont les occaſions particulieres, qui la déterminent, non à être le réſultat de deux certaines directions excluſivement aux autres, mais à n'en avoir que les effets, ou les propriétés.

Il pourroit ſe trouver encore quelques autres difficultés dans la Théorie de la compoſition des mouvemens. La ſomme des compoſans eſt toûjours plus grande que le compoſé, comme les deux côtés d'un parallelogramme ſont toûjours plus grands que la diagonale On dit à cela, que dans les deux mouvemens compoſans il y a eu deux quantités ou portions égales & directement oppoſées, qui ſe ſont détruites l'une l'autre dans la compoſition; & que le mouvement compoſé ne réſulte que de ce qui n'a pas été détruit, de ce qui a ſubſiſté dans les deux compoſans. Cette idée eſt juſque-là très-ſatisfaiſante: mais ce qui a été détruit & anéanti, comment peut-il renaître? Nous avons vû dans l'exemple ſi diſcuté des 4 Reſſorts, que le Corps choquant qui a 2 de vîteſſe ou de force eſt conſidéré comme ayant cette force 2 par le choc de deux autres Corps, dont les directions auroient fait entre elles un angle droit, & dont les forces auroient été comme 1, & la racine de 3. Ces forces ont eu certainement dans leurs directions quelque choſe de contraire qui a péri, auſſi leur ſomme étoit-elle plus grande que la force 2, qui eſt tout ce qui reſte d'elles. Mais enſuite quand le Corps choquant rencontre le 1er Reſſort, il le choque perpendiculairement avec une force 1, & il lui reſte encore après cela une force exprimée par la racine de 3.

Il a donc conſervé en entier les deux forces qui compoſoient d'abord ſa force 2, & par conſéquent aucune portion de ces deux forces n'a péri.

Il ſemble qu'il faille en effet concevoir que dans le mouvement compoſé rien ne périt, de la maniere qu'on l'imagine ordinairement. Seulement ce qu'il y a de contraire dans les mouvemens compoſans cauſe un équilibre qui ne ſubſiſte qu'à cet égard; les deux forces arrêtent l'action l'une de l'autre en ce qu'elles ont d'oppoſé, mais ces deux actions s'exercent dès que cette eſpece d'équilibre a ceſſé, ou du moins elles recommencent à ſe modifier d'une autre façon ſelon les circonſtances. Mais en voilà aſſés ſur un ſujet étranger: il n'y a rien qui ne menât extrêmement, & même infiniment loin, ſi l'on vouloit ſuivre juſqu'au bout toutes les difficultés incidentes.

SUR LES MOUVEMENS EN TOURBILLON. *

IL ne faut pas s'étonner que les Philoſophes reviennent ſouvent à cette matiere. Rien n'eſt plus intéreſſant pour eux que de ſavoir ſi l'ingénieux Syſtême des Tourbillons de Deſcartes, & qui ſe préſente ſi agréablement à l'eſprit, tombera accablé ſous les diffi-

* V. les M. p. 349.

difficultés qu'on lui oppoſe; & ſi l'on ſera réduit à en prendre un autre qui a des difficultés auſſi grandes, & plus frappantes, quoiqu'il ait des faces fort avantageuſes. M. l'Abbé de Molieres, qui ſe déclare Carteſien, prend la défenſe des Tourbillons, & commence ici à en expoſer la Théorie de la maniere dont elle doit l'être pour prévenir les difficultés.

Nous ſuppoſons tout ce qui a été dit en 1700 * ſur la force centrifuge d'un Corps qui décrit un Cercle. En ne conſidérant point la maſſe ou peſanteur de ce Corps, dont il ne ſera point queſtion dans la ſuite, elle eſt le quarré de ſa vîteſſe, diviſé par le rayon du Cercle qu'il décrit. Les principales conſequences, qui ſuivent de-là, ont été tirées.

M. Varignon a démontré que ſi un Corps ſe meut en ſuivant une Courbe, chaque perte de vîteſſe qu'il fait à chaque détour infiniment petit qu'il eſt obligé de faire à chaque inſtant infiniment petit, n'eſt qu'un infiniment petit du 2d ordre, & que par conſéquent dans un tems fini quelconque il ne perd qu'une partie de ſa vîteſſe qui eſt un infiniment petit du 1er ordre †, ou rien par rapport à la vîteſſe finie; & de-là M. l'Abbé de Molieres conclud qu'un Corps qui décrit un Cercle, ou circule, ſe meut toûjours avec la même vîteſſe. En effet, puiſque les pertes de vîteſſe cauſées par les détours, ne peuvent faire en aucun tems fini une ſomme finie, ce cas-là retombe dans celui d'un mouve-

* pag. 100. & ſuiv.
† V. l'Hiſt. de 1704. p. 134. 135.

vement uniforme par une ligne droite, qui de ſa nature eſt éternel, & a une vîteſſe conſtante.

Il ne doit être queſtion ici que de Tourbillons parfaitement ſphériques : mais pour en démontrer plus aiſément les propriétés, M. l'Abbé de Molieres ſuppoſe d'abord des Tourbillons cylindriques, dont l'axe ſoit égal au diametre de leur baſe, ce qui les rendra plus aiſés à transformer en Spheres. Ces Tourbillons cylindriques ſont pleins de Globules tous égaux, ſi petits qu'on voudra, qui circulent tous autour de l'axe.

Par les Règles établies des Forces centrifuges, les Globules qui circulent dans un même Cercle au dedans du Cylindre, auront tous des Forces centrifuges égales, s'ils ont des vîteſſes égales. Ceux dont le Cercle ſera le plus grand, ou, ce qui revient au même, touchera immédiatement la ſurface intérieure du Cylindre, preſſeront tous cette ſurface avec une même force. Ceux du Cercle immédiatement ſuivant, ou immédiatement inférieur, preſſeront tous auſſi avec la même force ceux du Cercle ſupérieur, & toûjours ainſi de ſuite juſqu'à leur centre commun, qui ſera un point de l'axe du Cylindre. On entend aſſés que les vîteſſes égales qu'on ſuppoſe ne ſeront que celles des points de la circonférence d'un même Cercle, de ſorte que dans chaque circonférence il n'y aura aucun point qui preſſe plus ou moins le point correſpondant ſupérieur, ou qui ſoit plus ou moins preſſé par l'inférieur, que tout autre point de la même circonférence. Il y aura

aura une égale action ou une égale réſiſtance dans toute une circonférence quelconque.

Mais ſi l'on compare deux points ou Globules pris dans deux circonférences différentes compriſes toutes deux dans le plan d'un même Cercle, le point inférieur aura, en vertu de ce qu'il eſt l'inférieur, & tout le reſte étant égal, une plus grande force centrifuge, puiſque le rayon de la circonférence à laquelle il appartient eſt plus petit. Mais comme la force centrifuge conſiſte dans le rapport du quarré de la vîteſſe au rayon du Cercle, il faudroit pour connoître ou pour comparer les Forces centrifuges des deux points ſuppoſés, connoître leurs vîteſſes ou leur en ſuppoſer, ce que nous ne faiſons pas encore préſentement. Il ſuffit d'appercevoir en général que les points ſupérieurs qui par leur plus grande diſtance au centre commun ont moins de force centrifuge que les inférieurs, peuvent cependant par les différens rapports de leurs vîteſſes à celles des inférieurs, avoir avec eux tous les différens rapports imaginables de forces centrifuges. Si un inférieur a une plus grande force centrifuge que le ſupérieur, il montera, & obligera le ſupérieur à deſcendre; ſi un ſupérieur en a plus que l'inférieur, il preſſera plus celui qui eſt ſon ſupérieur, qu'il ne ſera preſſé, &c.

Il ne ſuffit pas de comparer la force centrifuge de deux points ou Globules, l'un ſupérieur, l'autre inférieur. Le Cylindre étant conçû diviſé en un nombre quelconque de ſur-

ſurfaces cylindriques paralleles entre elles & à la ſurface du Cylindre total, dont chacune envelope un nombre quelconque auſſi de ſurfaces plus petites & décroiſſantes, ſelon qu'elles ſont plus proches de l'axe, il faut comparer la force centrifuge d'une ſurface quelconque à celle d'une autre ſurface ſupérieure ou inférieure; & ces différentes forces ſont chacune la ſomme de toutes les forces centrifuges égales de tous les points d'une même ſurface, c'eſt-à-dire, qu'elles ſont le produit de la force centrifuge d'un point & du nombre de points ou de la grandeur de la ſurface à laquelle il appartient. Car tous les points d'une même circonférence circulaire ou ſurface cylindrique ayant des forces centrifuges égales, aucun ne peut exercer ſa force, & monter plûtôt qu'un autre, & ſi quelqu'un monte, ils monteront tous enſemble; & par conſéquent pour comparer l'une à l'autre deux différentes forces centrifuges, il faut prendre tout ce qu'il y a de points de part & d'autre qui conſpirent à la même action, ou tendance.

Dans un Cylindre la direction de la force centrifuge d'un Globule, ou la ligne par laquelle il monteroit, s'il montoit, eſt le rayon de la circonférence circulaire à laquelle il appartient, ou, ce qui eſt le même, une droite tirée du centre de cette circonférence juſqu'à lui. Ainſi chaque ligne perpendiculaire à l'axe du Cylindre en un point quelconque, eſt la direction de la force centrifuge de tous les points du Cercle qui ont ce point de l'axe pour centre de leur circulation. Si une

une ſurface cylindrique quelconque montoit en vertu de ſa force centrifuge, non ſeulement elle monteroit toute à la fois, comme nous venons de dire, mais elle monteroit parallelement à ſa premiere poſition.

M. l'Abbé de Molieres démontre que dans un Tourbillon cylindrique, dont toutes les couches ou ſurfaces cylindriques auroient des vîteſſes égales, c'eſt-à-dire, feroient leurs révolutions en des tems proportionnels aux diſtances à l'axe du Cylindre, toutes les forces centrifuges ſeroient égales; & par conſéquent aucune couche, aucun globule ne monteroit ni ne deſcendroit, & dans cet équilibre de forces toutes les parties circuleroient perpétuellement ſans ſe troubler les unes les autres, ſans ſe mêler jamais.

Si l'on change le Cylindre en Sphere, qui ait pour diametre l'axe du Cylindre, il arrivera un changement dans la direction des forces centrifuges, puiſqu'un Globule qui en vertu de ſa force centrifuge preſſoit la ſurface intérieure du Cylindre ſelon une ligne tirée d'un point quelconque de l'axe autre que le point du milieu, preſſe maintenant ſelon la même ligne la ſurface ſphérique, il ne la preſſe plus perpendiculairement comme il preſſoit la ſurface cylindrique; il faut donc dans ce 2d. cas décompoſer ſa preſſion, ce qu'il ne falloit pas faire dans le 1er, & on ne prendra de cette preſſion que ce qu'elle aura de perpendiculaire à la ſurface ſphérique, ce ſera-là la ſeule ligne par laquelle le Globule agira, & cette ligne comparée à l'autre par laquelle il agiſſoit, exprimera toute la force qui

qui lui reſte. Or une ligne ne peut être perpendiculaire à une ſurface ſphérique, ſi elle ne part du Centre, ou n'y doit paſſer. Donc, au lieu que dans le Cylindre les directions des forces centrifuges de tous les points des différens Cercles ſe rapportoient aux différens points de l'axe, centres de ces Cercles; dans la Sphere, toutes les directions ſe rapportent uniquement au Centre : ce qui leve une des plus grandes difficultés du Syſtême de Deſcartes. Du reſte, il eſt clair qu'aux ſurfaces cylindriques que l'on conſidéroit, il en faudra ſubſtituer de ſphériques.

Il s'agit maintenant d'un Tourbillon ſphérique dont toutes les parties ſoient en équilibre, ou ayent des vîteſſes telles, que la force centrifuge d'une couche ſoit égale à celle d'une autre quelconque; de ſorte qu'aucune inférieure ne pourra monter, ni aucune ſupérieure deſcendre. On ſait que tel eſt l'état de notre grand Tourbillon Solaire, & des petits qu'il renferme, & l'on entend bien que c'eſt-là à quoi ſe rapporte toute cette Théorie.

Pour cet équilibre qu'on cherche, il faut prendre deux points quelconques inégalement diſtans du centre commun, ou, ce qui eſt le même, dont les rayons des Cercles qu'ils décrivent ſoient inégaux. L'expreſſion de la force centrifuge de chacun d'eux ſera le quarré de ſa vîteſſe, diviſé par le rayon de ſon Cercle. Mais comme il eſt queſtion des forces centrifuges, non de ces deux points, mais des deux couches ou ſurfaces ſphériques où ils ſont compris, & que deux différentes ſur-

ſurfaces ſphériques ſont entre elles comme les quarrés de leurs rayons, il faut multiplier la force centrifuge de chaque point par le quarré de ſon rayon, ce qui donne le quarré de la vîteſſe de chacun multiplié par ſon rayon ; & voilà les deux grandeurs qui doivent être égales dans le cas de l'équilibre.

Si on avoit imaginé un Tourbillon où toutes les couches fiſſent leurs révolutions en même tems, & euſſent par conſéquent des vîteſſes en raiſon de leurs rayons, on verroit auſſi-tôt combien il ſeroit énormément éloigné de l'équilibre, puiſque deux forces centrifuges ſeroient alors exprimées par les cubes de deux rayons inégaux, dont l'égalité ſeroit impoſſible.

Mais dans le Tourbillon en équilibre on voit d'un coup d'œil, par l'équation trouvée, que le rayon de la couche inférieure eſt au rayon de la ſupérieure comme le quarré de la vîteſſe de la ſupérieure eſt au quarré de la vîteſſe de l'inférieure ; d'où il ſuit que dans tout le Tourbillon les vîteſſes des différentes couches ou points ſont entre elles en raiſon renverſée des diſtances au centre. De cette ſeule propoſition, bien différente de celle de l'Equilibre dans le Cylindre, naîtront tous les Théorêmes de la force centrifuge des Corps céleſtes, & en particulier la fameuſe Règle de Kepler pour le rapport des diſtances aux tems des révolutions, preſque devinée par ſon Auteur, & toûjours confirmée par les obſervations.

M. l'Abbé de Molieres fait ſur cette Règle une remarque importante. Elle n'a lieu

que

que pour les Corps compris dans le plan de l'Equateur du Tourbillon ſphérique; hors delà ils ſuivroient d'autant moins la Règle, qu'ils s'éloigneroient davantage de cet Equateur. Les Planetes du Tourbillon Solaire ne circulent pas dans un même plan, mais il s'en faut peu; & comme elles ſont toutes naturellement portées à l'endroit du plus grand mouvement, qui eſt l'Equateur du Tourbillon, elles ſont toutes à peu près dans ce même plan, & ne peuvent pas s'éloigner ſenſiblement de la Règle de Kepler.

Cela n'empêche pas cependant que tous les points d'une même couche ſphérique n'ayent exactement la même force centrifuge, tant ceux qui ſont les plus proches des Poles, que ceux qui ſont dans l'Equateur. Cette propoſition, mieux démontrée peut-être par M. l'Abbé de Molieres qu'elle ne l'avoit encore été, eſt fort eſſentielle à l'hypotheſe des Tourbillons.

Il ne paroît donc pas néceſſaire de ſuppoſer pour le Syſtême de l'Univers, des attractions qu'on ne peut concevoir, puiſque des forces centrifuges bien conſtantes & bien avérées donnent tout ce que donneroient les attractions. On n'a pas beſoin non plus de Vuide, puiſque toute l'action des forces centrifuges s'exercera bien dans le Plein, comme on l'a ſuppoſé tacitement ici. Le Syſtême général de Deſcartes mérite que non ſeulement la Nation Françoiſe, mais toute la Nation des Philoſophes, ſoit diſpoſée favorablement à le conſerver. Les principes en ſont plus clairs, & portent avec eux plus de lumiere.

SUR

*SUR LES CONTREFORTS DES REVESTEMENS.**

UN Revêtement, qui doit ſoûtenir la pouſſée d'un Terre-plein, étant fait, ou projetté, on lui ajoûte aſſés ſouvent des *Contreforts*, ouvrages de Maçonnerie, placés de diſtance en diſtance au dedans du Revêtement, & adoſſés contre ſa ſurface intérieure, de ſorte qu'ils entrent dans le Terre-plein. On prétend ou affermir par-là le Revêtement, & augmenter ſa réſiſtance à l'effort des terres, ou du moins empêcher ſon entiere deſtruction en cas que les terres le forcent & l'enfoncent en quelque endroit, & renfermer le deſordre entre deux Contreforts, qui réſiſteront toûjours davantage. Il n'eſt pas bien ſûr lequel de ces deux effets on attend des Contreforts, ou lequel on leur doit attribuer.

Si on ne les regarde que comme des obſtacles à une deſtruction totale ou trop grande du Revêtement, on peut s'épargner la peine & la dépenſe de les conſtruire, il n'y a qu'à faire le Revêtement aſſés fort, ſelon ce que nous avons dit d'après M. Couplet en 1726 † & 1727 ‡, & principalement en 1727. Mais ſi on croit que les Contreforts affermiſſent le Re-

* V. les M. p. 158.
† p. 78. & ſuiv. ‡ p. 200. & ſuiv.

Revêtement, alors il faut les considérer comme ayant une force, une énergie qui se joint à celle du Revêtement, & par conséquent des directions, des leviers, qui agissent par rapport à certains points d'appui. Dans cette supposition il faut concevoir que les Contreforts ne font qu'un même corps avec le Revêtement en vertu d'une maçonnerie parfaitement égale, & très-bien liée, & qu'une portion quelconque du Revêtement ne peut être renversée qu'avec un Contrefort; autrement il est visible qu'on retomberoit dans l'autre cas. C'est donc selon cette vûe que M. Couplet examine présentement ce qui appartient aux Contreforts.

Il suppose que ce sont des parallelépipedes, dont la hauteur est égale à celle du Revêtement; la longueur de leur base égale à celle du Revêtement, soit parallelogrammique, soit triangulaire; & pour la 3me dimension de ces parallelépipedes, qui est leur épaisseur, il la laisse indéterminée. Puisque les Contreforts ne font qu'un corps avec le Revêtement, il faut considérer l'action ou l'énergie de toute la masse de pierre qui est entre deux Contreforts en y comprenant l'un des deux, & c'est-là ce qui résiste à la poussée du Terre-plein. D'un autre côté cette poussée sera l'une des trois que M. Couplet a déterminées dans sa Théorie de 1727, plus physique & plus réelle que la précédente; & entre ces trois il choisit ici celle qui se fait selon l'arrête d'un Tétraëdre, telle que nous l'avons expliquée, sauf à substituer les autres, si l'on veut, dans un autre calcul qui se fera selon les mêmes principes.

cipes. Voilà donc les deux énergies opposées, qui agissent l'une contre l'autre.

Dans le cas de leur égalité, ou de l'équilibre, qui est toûjours ce qu'on cherche en Méchanique, leurs actions ou énergies se réunissent en un point sur lequel elles se balancent & s'arrêtent mutuellement, & ce point est le point d'appui par rapport auquel se prennent leurs leviers, dont la grandeur augmente la force de leur action. Ce sera toûjours nécessairement un point de la base du Revêtement qui sera ici ce point d'appui, mais rien ne détermine quel il sera. Il est libre de déterminer tel point qu'on voudra de la longueur de la base du Revêtement, il n'y aura qu'à faire entrer cette condition dans l'Equation qu'on formera des énergies de deux puissances opposées, & on sera sûr que leurs actions seront dirigées à ce point déterminé, & s'y détruiront l'une l'autre. M. Couplet prend le point du milieu de la longueur de la base.

Tout cela posé, ce n'est plus qu'un calcul géométrique & algébrique de directions & de leviers, pareil à celui des deux Théories précédentes. On y laisse toûjours pour la seule inconnue qu'on cherche, la longueur de la base du Revêtement parallelogrammique ou triangulaire, parce que c'est du rapport seul de cette base à toutes les autres grandeurs que dépend la force de la résistance du Revêtement, pris même avec ses Contreforts. Nous ne détacherons de toute cette Théorie que quelques remarques singulieres.

La poussée des terres est censée agir toû-

jours contre le Revêtement & les Contreforts, cependant il y a ici un cas où elle ne fait que les affermir. Elle eſt par la ſuppoſition ſelon l'arrête d'un Tétraëdre; & nous avons dit en 1727 qu'avec cette direction elle ne peut avoir que l'effet de fendre le Revêtement de haut en bas & de biais. Le levier de cette puiſſance eſt une perpendiculaire tirée du point d'appui, qui eſt le milieu de la baſe, ſur cette direction. Si cette perpendiculaire rencontre la direction en un point qui ſoit au deſſus de la baſe du Revêtement, c'eſt par ce point que la pouſſée des terres tend à fendre le Revêtement, dont elle renverſera la partie qui lui eſt ſupérieure, en laiſſant l'autre immobile. Mais ſi le point de rencontre de la même perpendiculaire avec la direction ſuppoſée eſt au deſſous de la baſe du Revêtement, la pouſſée des terres ne tend à fendre le Revêtement que dans un point où il n'eſt plus, elle ne fait que le preſſer contre ſa baſe, & par conſéquent l'affermir. La différence des deux cas dépend du plus ou moins de longueur de la baſe, une plus courte baſe donnera le 1er, & une plus longue le 2^d^. Dans le 1er, le bras de levier de la pouſſée des terres ſe trouve poſitif par le calcul, & négatif dans le 2^d^; tant le calcul a, pour ainſi dire, une fine ſenſibilité pour toutes les circonſtanqui font les différens cas.

Dans les ſuppoſitions de la Théorie préſente, dont la principale eſt celle du point d'appui des forces placé ſur le milieu de la baſe du Revêtement, il ſe trouve un Paradoxe ſurprenant, un Revêtement parallelogrammique

plus

plus foible qu'un triangulaire de même baſe, ou un Revêtement qui ne réſiſte point par lui-même à la pouſſée des terres, mais ſeulement par ſes Contreforts. Cela vient préciſément de ce que le point d'appui eſt placé au milieu de la baſe du Revêtement. Si ce Revêtement eſt parallelogrammique, ſon centre de gravité eſt à ſon milieu, & la direction de toute la peſanteur réunie dans ce centre tombe auſſi ſur le milieu de la baſe, qui eſt le point d'appui. Il n'y a donc nulle diſtance de cette direction au point d'appui, nul bras de levier, & par conſéquent nulle énergie, puiſqu'elle eſt néceſſairement le produit de la force abſolue par le bras de levier. Une puiſſance qui pouſſeroit ou tireroit un levier par ſon point fixe, ne feroit nul effet contre une autre puiſſance qui le pouſſeroit ou le tireroit à quelque diſtance de ce point. Mais les Contreforts ajoûtés au Revêtement parallelogrammique ne laiſſent pas d'avoir en vertu de leur poſition plus éloignée un bras de levier, ainſi qu'il ſera aiſé de s'en convaincre, & par conſéquent il n'y a qu'eux dans ce cas qui ſoûtiennent l'effort des terres. Quand le Revêtement eſt triangulaire, la direction de ſon centre de gravité ne peut tomber ſur le milieu de la baſe, & ce Revêtement ne peut jamais être privé d'énergie.

Il eſt facile de rendre l'énergie au Revêtement parallelogrammique, il n'y a qu'à ne point diriger les efforts oppoſés au point du milieu de la baſe. Si, par exemple, ce point eſt au tiers du côté de la ſurface extérieure du Revêtement, alors non ſeulement il a une

énergie, mais il l'a égale à celle du Revêtement triangulaire, car ſa peſanteur étant double de celle du triangulaire, il a un bras de levier deux fois moindre, ce qui fait une égalité d'énergies. On ſent aſſés combien ces ſortes de Théories fondées ſur des principes, non pas inconnus, mais qu'on ne s'aviſoit pas d'y appliquer, peuvent être une ſource féconde, & de pratiques plus ſûres, & de réflexions délicates. L'Architecture n'étoit point encore allée juſqu'à ces préciſions de Géométrie.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXVIII.

I.

UN Soufflet d'une conſtruction particuliere, inventé par M. Ragnes de Montpellier. Le courant d'air qui dans les Soufflets ordinaires eſt interrompu à chaque coup par le jeu des Soupapes, eſt continu dans celui-ci, ce qui augmente ſa force. Elle eſt auſſi augmentée par la vîteſſe imprimée à l'air qui en ſort. La conſtruction en eſt ſimple, & quoiqu'il ait beaucoup de rapport à un Portevent décrit par Agricola dans le 6me Livre *de Re Metallica*, & à une Machine qui porte des Vo-

Volans pour vanner le Bled, on a cru qu'il pouvoit être regardé comme nouveau. On en a vû des épreuves, qui ont fait croire qu'il pourroit être utile pour les Fourneaux à Fonderies, les Forges, &c.

II.

Deux Machines venues d'Angleterre, & préſentées par M. Fayolle Ingénieur, l'une pour laminer des tables de Plomb, à telle épaiſſeur égale qu'on voudra, l'autre pour mouler des tuyaux de Plomb de toutes ſortes de diametres & de longueurs.

La 1re eſt ſemblable à celle dont on ſe ſert à Hambourg; ce qu'elle a de particulier, c'eſt que quoiqu'elle aille toûjours du même ſens, on fait paſſer & repaſſer les lames de Plomb entre deux Cylindres de Fer ſans perdre de tems, & que de plus il y a un Régulateur ſimple & ingénieuſement imaginé pour connoître aiſément l'épaiſſeur préciſe que la Table doit avoir.

La 2de Machine eſt la même que celle des Plombiers, à l'exception d'un Noyau briſé en trois ſelon toute ſa longueur, ce qui donne le moyen de fondre des Tuyaux d'un pied & d'un pied & demi de diametre avec la même facilité que de petits Tuyaux, au lieu que les Plombiers ne le pourroient pas avec leurs Noyaux d'une piece.

On a crû que l'établiſſement de ces deux Machines dans le Royaume ne pouvoit être que très-avantageux, puiſqu'on ne ſera plus obligé de tirer tant de l'Etranger, que les

Tables viendront égales & toutes écrouïes, & qu'elles ſeront très-commodes pour couvrir des Egliſes & des Terraſſes, & pour conſtruire des Réſervoirs & des Baſſins; que les Plombiers y trouveront leur même intérêt, quoiqu'on puiſſe donner à meilleur marché ce Plomb, qui coûtera moins par l'abrégé du tems & des façons; & qu'enfin ces Machines exécutées en Angleterre ne peuvent que réuſſir.

III.

Une Machine de M. de Montigni pour élever des fardeaux, à peu près ſemblable aux Crics circulaires connus depuis longtems, ſi ce n'eſt qu'au lieu d'un Levier horizontal, d'une Verge de Fer ſuſpendue en forme de Pendule, & des autres eſpeces de Leviers qu'on y a appliqués, il y en a ici un qui étant fixe par une de ſes extrémités, & agiſſant de bas en haut par l'autre, peut dans certaines occaſions s'accommoder plus facilement à la place, lorſqu'il eſt queſtion de la ménager. Et comme M. de Montigni propoſe de ſubſtituer ſa Machine au Cabeſtan des Vaiſſeaux, en l'attachant à deux Poteaux placés dans le même endroit où eſt le Cabeſtan, il a paru qu'en effet le ſervice de cette Machine ſeroit plus prompt & moins embarraſſant dans le Vaiſſeau.

IV.

Un Inſtrument du même M. de Montigni, pour

pour obſerver les hauteurs du Soleil en mer. Ce ſont deux Arbaleſtrilles de Cuivre poſées à angles droits l'une avec l'autre, & à demeure, ſur un plan que l'on rend toûjours aiſément parallele à l'Horizon par le moyen d'une Vis. De ces deux Arbaleſtrilles, l'une peut repréſenter la ligne Eſt & Oueſt, & l'autre la ligne Nord & Sud. Dans un tems de brume on n'eſt point obligé de viſer inutilement à un point de l'Horizon, il ſuffit que la machine ſoit dans un plan parallele à l'horizon, & que les deux Arbaleſtrilles ſoient l'une Nord & Sud, & l'autre Eſt & Oueſt. Lorſqu'on fait route directement Nord & Sud, on n'eſt point obligé de faire, comme à l'ordinaire, une eſpece de fauſſe route, en prenant un peu à l'Eſt, ou à l'Oueſt, à cauſe que la proue du Vaiſſeau dérobe la vûe de l'Horizon, & même le Soleil en certains cas. Dans l'uſage de l'Arbaleſtrille ordinaire, il faut que l'Obſervateur ſoit plus accoûtumé au roulis & au tangage du Vaiſſeau. Enfin il y a une ſuſpenſion de la Machine qui doit rendre l'Obſervation plus exacte & plus facile. C'eſt une eſpece de Cone capable de s'allonger & de ſe raccourcir par des Cercles concentriques de Cuir liés enſemble, & terminés par deux plaques de Cuivre, l'une au haut, l'autre au bas du Cone. On a crû que cette Machine pourroit être utilement employée ſur les Vaiſſeaux.

V.

Une Pendule de M. le Roi l'aîné, avec les

Quarts, & le *Tout ou Rien*. Les pieces de la répétition y ont paru plus avantageuſement placées derriere la platine du Pendule, que dans les autres où elles ſont ſur la platine de devant, derriere le Cadran, ce qui fait que leur diſpoſition eſt gênée par celle des Roues de la Quadrature. De plus, les curieux voyent dans celle-ci à découvert tout le jeu des pieces de la répétition, & l'Ouvrier peut aiſément remédier aux accidens ſans rien démonter dans la Pendule. On a trouvé qu'elle étoit travaillée avec beaucoup de ſoin & de préciſion, & que toutes les pieces en étoient d'un fini parfait.

VI.

Une Pendule de M. Pierre le Roi, cadet de celui dont on vient de parler. Non ſeulement elle marque le tems vrai, comme pluſieurs autres que les habiles Horlogers ſe ſont mis à faire à l'envi, mais elle le ſonne, ce qui lui eſt particulier. De plus, dans les autres Pendules de cette eſpece la Courbe d'Equation, c'eſt-à-dire, celle d'où dépend l'Equation du tems moyen & du vrai, fait ſon tour en 365 jours, qui ne ſont que l'année civile ordinaire, au lieu que l'année Solaire & véritable a 5 heures 48′ 58 ¼″ de plus. De-là il ſuit, 1° qu'il faut faire une correction à ces Pendules dans chaque année Biſſextile, 2° qu'elles marquent toûjours la même Equation les mêmes jours de l'année, au lieu de ne la marquer que dans les mêmes Signes. M. le Roi a évité ce défaut, & a donné une di-

diviſion ſi exacte de l'année Solaire, qu'elle diſpenſe de faire les corrections néceſſaires aux autres Pendules. Quoique l'Académie ait vû pluſieurs Pendules à Equation, qui lui ont été préſentées, elle a crû que celle-ci devoit être conſidérée comme une des plus parfaites qui ayent paru.

VII.

Une Pendule de M. Collier Horloger, qui ſonne les demi-quarts avec des tons différens, & a le *Tout ou Rien*. Il y a déja long-tems qu'on a fait des Montres avec les demi-quarts & le Tout ou Rien, & même on a quelquefois appliqué ces deux propriétés aux Pendules; mais la maniere dont M. Collier l'a exécutée eſt différente à pluſieurs égards de ce qu'on pratiquoit pour les Montres; la façon de lever les Marteaux eſt ingénieuſe & ſimple, & aumgmente ſi peu l'ouvrage des Répétitions ordinaires, que vû la commodité qui en réſulte, il y a apparence qu'on préférera cette ſorte de Répétition.

ELOGE

DU P. REYNEAU.

CHARLES REYNEAU nâquit à Briſſac, Dioceſe d'Angers, en 1656, de Charles Reyneau, Maître Chirurgien, & de

Jeanne Chauveau. Il entra dans l'Oratoire à Paris, âgé de 20 ans; car nous ne ſavons rien de tout le tems qui a précédé, mais il eſt preſque abſolument impoſſible de ſe tromper, en jugeant de ce premier tems inconnu par tout le reſte de ſa vie. Des inclinations d'une certaine force, toutes parfaitement d'accord entre elles, vivement marquées dans toutes les actions d'un grand nombre d'années, exemptes de tout mêlange qui les altérât, ont dû être non ſeulement toûjours dominantes, mais toûjours les ſeules; & ces inclinations étoient en lui l'amour de l'étude, & une extrême piété.

Ses Supérieurs l'envoyerent profeſſer la Philoſophie à Toulon, enſuite à Pezenas. C'étoit entierement la Philoſophie nouvelle; ce que les plus attachés à l'ancienne Scholaſtique tâchent encore d'en conſerver, tient de jour en jour moins de place chés eux-mêmes.

Le P. Reyneau ne pouvoit être Cartéſien, ou, ſi l'on veut, Philoſophe moderne, ſans être un peu Géometre; mais on le détermina encore plus puiſſamment de ce côté-là, en lui donnant les Mathématiques à profeſſer dans Angers en 1683.

Tous les motifs imaginables ſe réuniſſoient à l'animer dans cette fonction; ſon goût pour ces Sciences; le plaiſir, naturel à tout homme, de répandre & de communiquer ſon goût; le deſir d'être utile aux autres, ſi puiſſant ſur un cœur bien fait; celui de bien remplir un devoir que lui avoit impoſé la Religion par la bouche de ſes Supérieurs; peut-être même l'amour de la gloire, pourvû qu'il

qu'il ne s'en apperçût pas. Il ſe rendit familier tout ce que la Géométrie moderne, ſi féconde, & déja ſi immenſe, a produit de découvertes ingénieuſes, & de hautes ſpéculations : il fit plus, il entreprit pour l'uſage de ſes Diſciples de mettre en un même corps les principales Théories répandues dans Deſcartes, dans Leibnitz, dans Newton, dans les Bernoulli, dans les Actes de Leipſic, dans les Mémoires de l'Académie, en un grand nombre de lieux peut-être moins connus; tréſors trop diſperſés, & qui par-là ſont moins utiles. De-là eſt né le Livre de l'*Analyſe demontrée*, qu'il publia en 1708, après avoir profeſſé 22 ans à Angers.

On ne pourroit pas fondre enſemble tous les Hiſtoriens ou tous les Chronologiſtes, ou même tous les Phyſiciens, ils ſont trop contraires, trop hétérogenes les uns aux autres, ce ſont des Métaux qui ne s'allient point; mais tous les Géometres ſont homogenes, & leurs idées ne peuvent refuſer de s'unir. Cependant on ne doit pas penſer que l'union en ſoit aiſée. Les Géometres inventeurs ne ſont arrivés de toutes parts qu'à des Vérités, mais à une infinité de Vérités différentes, parties de différentes ſources, qui ont tenu des cours différens, & il s'agit de les raſſembler, en leur donnant à toutes des ſources communes, &, pour ainſi dire, un même lit, où elles puiſſent toutes également couler. Quand elles ſont amenées à ce nouvel état, le Public deſtiné à en profiter, en profite davantage; & s'il doit plus d'admiration au premier travail, à celui des Inven-

teurs, il doit plus de reconnoiſſance au ſecond. Il a été plus particulierement l'objet de l'un que de l'autre.

L'Analyſe du P. Reyneau porte le titre de *démontrée*, parce qu'il y démontre pluſieurs Méthodes qui ne l'avoient pas été par leurs Auteurs, ou du moins pas aſſés clairement, ou aſſés exactement; car il arrive quelquefois en ces matieres qu'on eſt bien ſûr de ce qu'on ne pourroit pourtant pas démontrer à la rigueur, & plus ſouvent qu'on ſe réſerve des Secrets, & qu'on ſe fait une gloire d'embaraſſer ceux qu'il ne faudroit qu'inſtruire.

Quoique le ſuccès des meilleurs Livres de Mathématique ſoit fort tardif, par le petit nombre de Lecteurs, & par la lenteur extrême dont les ſuffrages viennent les uns après les autres, on a rendu une aſſés prompte juſtice à l'*Analyſe démontrée*, parce que tous ceux qui l'ont priſe pour guide dans la Géométrie moderne, ont ſenti qu'ils étoient bien conduits. Auſſi eſt-il établi préſentement, du moins en France, qu'il faut commencer par-là, & marcher par ces routes, quand on veut aller loin, & le P. Reyneau eſt devenu le premier Maître, l'Euclide de la haute Géométrie.

Après avoir donné des leçons à ceux qui étoient déja Géometres juſqu'à un certain point, il voulut en donner auſſi à ceux qui ne l'étoient encore aucunement. Il s'abaiſſoit, en quelque ſorte; mais, ce qui le dédommageoit bien, il ſe rendoit plus généralement utile. Il fit paroître en 1714 ſa

Scien-

Science du Calcul. Le Cenſeur Royal, Juge excellent, & reconnu pour très-incorruptible, dit dans l'Approbation de cet Ouvrage, que *quoiqu'il y en ait déja pluſieurs ſur ces matieres, on avoit beſoin de celui-là, où tout eſt traité avec toute l'étendue néceſſaire, & avec toute l'exactitude & toute la clarté poſſibles.* En effet, dans toutes les parties des Mathématiques il y a beaucoup de bons Livres qui en traitent à fond; & on ſe plaint que l'on n'a pas de bons Elémens, même pour la ſimple Géométrie. Cela ne viendroit-il point de ce que pour faire de bons Elémens, il faudroit ſavoir beaucoup plus que le Livre ne contiendra? Ceux qui ne ſavent guere que ce qu'il doit contenir, ſe preſſent de faire des Elémens, mais ils ne ſavoient pas aſſés; ceux qui ſavent aſſés, dédaignent de faire des Elémens, ils brilleront davantage dans d'autres entrepriſes. Le ſavoir & la modeſtie du P. Reyneau s'accordoient pour le rendre propre à ce travail. Il n'a paru encore que le 1er Volume in 4° de cette *Science du Calcul.* On a trouvé dans ſes papiers une grande partie de ce qui doit compoſer le 2^d^, mais cela demande encore les ſoins d'un Ami intelligent & zèlé, & cet Ami ſera le P. de Maziere, ſon Confrere, déja connu par un Prix qu'il a remporté dans cette Académie.

Lorſque par le Règlement de 1716 cette Compagnie eut de nouveaux Membres ſous le titre d'Aſſociés libres, le P. Reyneau fut auſſi-tôt de ce nombre. Nous pouvons nous faire honneur de ſon aſſiduité a nos Aſſem-

blées; il aimoit la retraite, & par goût, & par principe de piété; il lui étoit d'ailleurs ſurvenu une aſſés grande difficulté d'entendre: cependant il ne manquoit guere de venir ici, & il falloit qu'il comptât bien d'en remporter toûjours quelque choſe qui le payât. On a pû remarquer qu'il étoit également curieux de toutes les différentes matieres qui ſe traitent dans l'Académie, & qu'il leur donnoit également une attention qui lui coûtoit.

Il fut obligé dans ſes dernieres années de ſe ménager ſur le travail, & enfin après s'être toûjours affoibli pendant quelque tems, il mourut le 24 Février 1728.

Sa vie a été la plus ſimple & la plus uniforme qu'il ſoit poſſible; l'étude, la priere, deux Ouvrages de Mathématique, en ſont tous les événemens. Il falloit qu'il fût beaucoup plus que modeſte pour dire, comme il a fait quelquefois, qu'on avoit bien de la patience de le ſouffrir dans l'Oratoire, & qu'apparemment c'étoit en conſidération d'un Frere qu'il a dans la même Congrégation, & qui s'eſt acquitté avec ſuccès de différens emplois; diſcours qui ne pouvoit être que ſincere dans la bouche d'un homme trop éclairé pour croire que l'humilité Chrétienne conſiſtât en des paroles. Jamais perſonne n'a plus craint que lui d'incommoder les autres, & près de mourir il refuſoit les ſoins d'un petit Domeſtique, qu'il auroit peut-être gêné. Il ſe tenoit fort à l'écart de toute affaire, encore plus de toute intrigue, & il comptoit pour beaucoup cet avantage ſi peu re-

recherché, de n'être de rien. Seulement il ſe mêloit d'encourager au travail, & de conduire, quand il le falloit, de jeunes gens à qui il trouvoit du talent pour les Mathématiques, & il ne recevoit guere de viſites que de ceux avec qui il ne perdoit pas ſon tems, parce qu'ils avoient beſoin de lui. Auſſi avoit-il peu de liaiſons, peu de commerces. Ses principaux Amis ont été le P. Mallebranche, dont il adoptoit tous les principes, & M. le Chancelier. Nous ne craignons point de mettre ces deux noms en même rang; la premiere dignité du Royaume eſt ſi peu néceſſaire à M. le Chancelier pour l'illuſtrer, qu'on peut ne le traiter que de grand Homme.

ELOGE

DE M. LE MARECHAL DE TALLARD.

CAMILLE D'HOSTUN nâquit le 14 Février 1652, de Roger d'Hoſtun, Marquis de la Baume, & de Catherine de Bonne, fille & unique héritiere d'Alexandre de Bonne d'Auriac, Vicomte de Tallard. Sa naiſſance le deſtinoit à la Guerre, & encore plus ſon inclination. Il entra dans le ſervice auſſi-tôt qu'il y put entrer: il fut Meſtre de Camp du Régiment des Cravattes en 1668, c'eſt-à-dire à l'âge de 16 ans, & en 1672 il ſuivit le Roi à la Campagne de Hollande.

Nous

Nous ſupprimons un détail trop militaire des différentes Actions où il ſe trouva pendant le cours de cette Guerre, des bleſſûres qu'il reçut; nous ne rapporterons qu'un trait qui prouvera combien la valeur, & même ſa capacité dans le Commandement furent connues de bonne heure, & eſtimées par le meilleur Juge qu'on puiſſe nommer. M. de Turenne le choiſit en 1674 pour commander le Corps de Bataille, de ſon Armée, aux Combats de Mulhauſen & de Turkeim.

Dans la Guerre ſuivante, qui commença en 1688, il eut preſque toûjours non ſeulement des Commandemens particuliers pendant les Hivers, mais des Corps d'Armée ſéparés ſous ſes ordres ſeuls pendant les Etés. Il commandoit l'Hiver en 1690 dans les Pays ſitués entre l'Alſace, la Sare, la Moſelle & le Rhin, lorſqu'il conçut le deſſein preſque téméraire de paſſer le Rhin ſur la glace pour mettre à contribution le Bergſtrat & le Rhingau, & y réuſſit. Il fut fait Lieutenant-Général en 1693.

Après cette Guerre, terminée en 1697, l'Europe ſe voyoit ſur le point de retomber dans un trouble, du moins auſſi grand, par la mort de Charles II, Roi d'Eſpagne. Toutes les Cours étoient pleines de prétentions, de projets, d'eſpérances, de craintes, & toutes auroient ſouhaité qu'une heureuſe Négociation eût pû prévenir l'embraſement général dont on étoit menacé. Ce fut pour cette Négociation, qui demandoit les vûes les plus pénétrantes, & la plus fine dextérité, que le Roi nomma le Comte de Tallard ſeul.

Il l'envoya en Angleterre Ambaſſadeur extraordinaire, chargé de ſes Pleins-pouvoirs, & de ceux de M. le Dauphin, pour y traiter de ſes droits à la ſucceſſion d'Eſpagne avec l'Empereur, le Roi Guillaume & les Etats Généraux. Un homme de Guerre fit tout ce qu'on auroit attendu de ceux qui ne ſe ſont exercés que dans les affaires du Cabinet, & qui s'y ſont exercés avec le plus de ſuccès : il conclut un Traité de Partage en faveur du Prince de Baviere en 1698; mais ce Prince étant mort peu de temps après, tout changea de face, l'habileté politique de M. le Comte de Tallard fut miſe à une épreuve toute nouvelle, & il vint à bout de conclurre un ſecond Traité. Le Roi lui en marqua ſon entiere ſatisfaction en le faiſant Chevalier de ſes Ordres, & Gouverneur du Comté de Foix.

On ne ſait que trop que la ſage prévoyance des Négociations fut inutile. Après la mort du Roi d'Eſpagne, arrivé en 1700, la Guerre ſe ralluma l'année ſuivante. Les Ennemis ayant aſſiégé Keyſerswert en 1702, M. le Comte de Tallard, qui commandoit un Corps deſtiné à agir ſur le Rhin, leur en fit durer le Siege pendant 50 jours de Tranchée ouverte; ſouvent pour ces chicanes de guerre bien conduites, il faut plus d'activité, plus de vigilance, plus d'habileté, que pour des actions plus brillantes. Il chaſſa auſſi les Hollandois du Camp de Mulheim, où ils s'étoient établis, & ſoûmit Traerbach à l'obéiſſance du Roi.

Il avoit paſſé par toutes les occaſions qui pou-

pouvoient prouver ſes talens dans le métier de la Guerre, & par tous les grades qui devoient les récompenſer, à l'exception d'un ſeul; il l'obtint de la juſtice du Roi au commencement de 1703, & fut Maréchal de France. A peine étoit-il revêtu de cette dignité, qu'il vola au ſecours de Traerbach que le Prince héréditaire de Heſſe aſſiégeoit avec toutes ſes forces, & il conſerva à la France cette conquête qu'elle lui devoit.

Dans la même année il commanda l'Armée d'Allemagne ſous l'autorité de Mgr le Duc de Bourgogne, & après avoir tenu longtems les Ennemis en ſuſpens ſur ſes deſſeins, il forma le Siege de Briſac, & prit cette importante Place. Le Prince étant parti de l'Armée, le Maréchal de Tallard entreprit le ſiege de Landau, Place non moins conſidérable que Briſac. Les Ennemis, forts de 30000 hommes, marcherent pour ſecourir Landau, & le Maréchal ayant laiſſé une partie de ſon Armée au Siege, alla avec l'autre leur livrer bataille dans la plaine de Spire, & les défit. Il leur prit 30 pieces de Canon, & plus de 4000 priſonniers; Landau qui ſe rendit le même jour, & la ſoûmiſſion de tout le Palatinat, furent les fruits inconteſtables de la victoire.

Les Etats ne peuvent pas plus que les Particuliers ſe flater d'une proſpérité durable; l'année 1704 mit fin à cette longue ſuite d'avantages remportés juſque-là par nos armes, & la fortune de la France changea. Une Armée Françoiſe, qui ſous la conduite du Maré-

réchal de Villars, avoit pénétré dans le cœur de l'Allemagne, commandée enſuite par les Maréchaux de Tallard & de Marſin, ſous l'autorité de l'Electeur de Baviere, fut abſolument défaite à Hochſtet; le Maréchal de Tallard bleſſé, pris, & conduit en Angleterre, où il fut détenu ſept ans. Le Roi oppoſa ſes faveurs aux diſgraces de la fortune, & peu de mois après la Bataille d'Hochſtet, il nomma M. le Maréchal de Tallard Gouverneur de Franche-Comté, pour l'aſſûrer qu'il ne jugeoit pas de lui par cet événement; conſolation la plus flateuſe qu'il pût recevoir, & qui cependant devoit encore augmenter la douleur de n'avoir pas en cette occaſion ſervi heureuſement un pareil Maître. Quand il fut revenu d'Angleterre, le Roi le fit Duc en 1712, & enſuite Pair de France en 1715.

Mais ces grands Titres, quoique les premiers de l'Etat, ſont preſque communs en comparaiſon de l'honneur que le Roi lui fit en le nommant par ſon Teſtament pour être du Conſeil de Régence. Ce Teſtament n'eut pas d'exécution, & M. de Tallard fut quelque tems oublié; mais cette place, qui lui avoit été deſtinée, lui fut bientôt après rendue par M. le Duc d'Orléans, & d'autant plus glorieuſement, que ce grand Prince ſi éclairé paroiſſoit en quelque ſorte ſe rendre au beſoin qu'on avoit du Maréchal de Tallard. Enfin ſi-tôt que le Roi eut pris en 1726 la réſolution de gouverner par lui-même ſon Royaume, il appella ce Maréchal à ſon Conſeil ſuprême en qualité de Miniſtre d'Etat.

Com-

Comblé de tant d'honneurs, capables de remplir la plus vaſte ambition, il deſira d'être de cette Académie; il ne lui reſtoit plus d'autre eſpece de mérite à prouver, que le goût des Sciences. Il entra Honoraire dans la Compagnie en 1723, & l'année ſuivante nous l'eûmes à notre tête en qualité de Préſident. Après avoir commandé des Armées, il ne négligea aucune des fonctions d'un commandement ſi peu brillant par rapport à l'autre, & s'appliqua avec ſoin à tout ce qui lui en étoit nouveau.

Il avoit une conſtitution aſſés ferme, & il parvint à l'âge de 76 ans avec une ſanté qui n'avoit été guere altérée, ni par les travaux du corps, ni par ceux de l'eſprit, ni par toute l'agitation des divers événemens de la vie. Il mourut le 29 Mars 1728.

Il avoit épouſé en 1667 Marie Catherine de Grollée de Dorgeoiſe de la Tivolière. Il en a eu deux fils, dont l'aîné fut tué à la Bataille d'Hochſtet, & le ſecond eſt M. le Duc de Tallard; & une fille qui eſt Made la Marquiſe de Saſſenage.

MEMOIRES

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRE'S DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXVIII.

DISSERTATION

Sur l'Eſtimation & la meſure des Forces Motrices des corps.

Par M. DE MAIRAN. *

IL ſemble que la Phyſique ne ſauroit ſi peu ſe mêler aux Mathematiques, qu'elle n'y porte le doute & l'incertitude qui lui ſont propres. La meſure des *Forces Motrices* des corps eſt ſans doute une Queſtion des plus importantes, & l'un des premiers principes ſur

* 14 Avril 1728.

ſur quoi roule toute la Théorie du Mouvement, & des Mechaniques. On ſait cependant combien les plus grands Géometres ſe trouvent aujourdhui partagés ſur cette matiere ; les uns faiſant la Force toujours proportionnelle à la vîteſſe du corps en mouvement, & les autres au quarré de cette même vîteſſe. J'avoue que ni la diverſité de leurs ſentimens ſoutenus de part & d'autre avec beaucoup de ſavoir, ni la difficulté de la Queſtion, ne m'ont point découragé ; & qu'au contraire, plus ſenſible à l'eſperance de réuſſir, qu'à la honte de ſuccomber après eux, j'ai voulu tâcher enfin de ſavoir par moi-même à quoi m'en tenir ſur le ſujet de leurs diſputes. J'y ai donc medité avec toute l'attention dont je ſuis capable, & j'y ai medité longtems avant que de prendre la plume. C'eſt aux perſonnes qui me font l'honneur de m'écouter à juger du ſuccès de cette recherche. Je vais les conduire par le même chemin que j'ai tenu, & leur donner mes réflexions dans l'ordre à peu près qu'elles ſe ſont préſentées à mon eſprit.

I.

Ce qu'on entend ici par Force, *&* Mouvement; *& de la meſure de la Force dans les Mouvemens uniformes.*

1. Je ne pretens point traiter en Metapyſicien de la Force des corps, ni examiner ſi nous en avons une idée claire & parfaite, ou une idée confuſe & imparfaite. C'eſt prin-

ci-

cipalement de l'uſage qu'en ont fait les Géometres dans la Mechanique, & des effets ſenſibles qu'on lui attribue, que je tire l'idée de la Force ſur laquelle je vais raiſonner.

2. L'effet le plus univerſellement reconnu de la Force, entant qu'appliquée aux corps, ou entant qu'on imagine qu'elle y reſide après y avoir été appliquée, c'eſt le Mouvement; autre eſpece d'Etre dont j'écarte encore toute notion metaphyſique & arbitraire, pour m'arrêter d'abord uniquement à celle qui fait l'objet des Géometres, & la matiere de leurs calculs. Force, & Mouvement, ne ſont ici que des grandeurs ſuſceptibles de plus & de moins, & par là toûjours relatives à quelque terme, qui leur doit ſervir de commune meſure.

3. La Force appliquée à un corps que rien n'empêche de ſe mouvoir, y produit donc du Mouvement; ou, ce qui eſt la même choſe, de ce que je conçois un corps en Mouvement, je conçois une Force qui le fait mouvoir. Ce Mouvement peut, comme on ſait, être uniforme, ou non uniforme, c'eſt-à-dire, acceleré, ou retardé. Comme uniforme, il ne ſauroit jamais nous indiquer d'autre meſure de la Force qui le produit, que la ſimple vîteſſe du Mobile multipliée par ſa maſſe. Car par où meſurer une Force, ſi ce n'eſt par ſes effets? Mais ſes effets ne ſont ici que des eſpaces égaux parcourus en tems égaux, ſelon la proprieté des Mouvemens uniformes, & la vîteſſe elle-même n'eſt autre choſe que l'eſpace diviſé par le tems. Donc en deux Mobiles égaux *A*, & *B*, mus uniformément

avec des Forces inégales, on ne peut assigner d'autre rapport à ces Forces entre elles, que celui des espaces parcourus par les deux Mobiles en tems égaux, ou ce qui est la même chose, que celui de leurs vîtesses. Les Mouvemens uniformes, tant qu'ils demeurent tels, & que la Force qui les produit ne s'exerce contre aucun obstacle, nous donnant donc toûjours cette Force en raison de la simple vîtesse, ils ne sauroient servir à decider la question dont il s'agit, ou plutôt il est clair qu'ils la decideroient absolument en faveur de l'opinion commune.

4. Comme la quantité de Mouvement n'a de même d'autre mesure que l'espace divisé par le tems, il n'est pas moins certain que dans les Mouvemens uniformes, on aura toûjours ces trois choses proportionnelles, Forces, Vîtesses, & Mouvement.

5. Cependant on pourroit concevoir la quantité de Mouvement d'une autre maniere, qui ne differe pas beaucoup de celle qu'on employe à la mesure des Forces, dans l'hypothese qui les fait proportionnelles aux quarrés des vîtesses. Savoir, en la faisant tantôt plus petite, & tantôt plus grande, sans rien changer à la valeur de la Force Motrice, & en imaginant seulement que cette Force est appliquée plus ou moins de tems au Mobile avant la rencontre de quelque obstacle qui l'arrête. Par exemple, si deux corps *A*, & *B*, de même masse, se meuvent uniformément avec la même Force, & avec la même vîtesse, mais avec cette difference que l'un ne se meut qu'une heure, & que l'autre se meut deux heures; on pour-

ra

ra dire, en un ſens, qu'ils ont eu deux quantités différentes de Mouvement, & en raiſon de 1 à 2.

6. Mais on voit bien que cette expreſſion de la quantité de Mouvement en un, ou en deux Mobiles, ne ſauroit nous donner aucune idée de la Force Motrice primitive, & ne nous indique que ſa durée différente dans le même Mobile, ou dans les deux. Ou, ſi elle nous peut donner la valeur de la Force, ce ne ſera jamais que l'égalité, ou la même valeur; puiſque, par hypotheſe, elle n'eſt pas différente; quoiqu'il y ait eu, en un ſens, deux différentes quantités de Mouvement dans la Nature. C'eſt que lorſqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement, (& l'on ne ſauroit trop inſiſter ici ſur cette conſideration, toute ſimple qu'elle eſt;) c'eſt dis-je, que lorſqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement, & de la quantité de ce Mouvement, on ne prétend parler que de ce qu'il a de Force, ou de Mouvement dans un tems actuel quelconque, & indépendamment de la durée de cette Force, & de ce Mouvement, avant ou après le tems qu'on a fixé pour les conſiderer. C'eſt du fonds de cette idée, ou de cette eſpece de convention tacite que ſont priſes les Formules ordinaires des Mouvemens. Car toute comparaiſon ſuppoſe une commune meſure. Lorſqu'il s'agit de ſavoir quel eſt le rapport de deux Forces ou de deux quantités de Mouvement, il faut neceſſairement ſuppoſer égaux, ou les eſpaces, ou le tems, ou un rapport conſtant entre les eſpaces, ou entre les tems, qui re-

vient au même que l'égalité. C'eſt par là que deux toiſes parcourues en deux ſecondes donnent la même quantité de Mouvement, & la même Force, qu'une toiſe parcourue en une ſeconde. Sans cela l'eſpace parcouru plus ou moins grand n'eſt que l'effet, ou la ſomme de toutes les Forces, & de toutes les vîteſſes ajoûtées l'une à l'autre d'inſtant en inſtant, ou plutôt de la même Force, ou de la même vîteſſe primitive ajoûtée à elle-même, & repetée autant de fois qu'on voudra imaginer d'inſtans. En un mot la circonſtance, & la limitation commune du tems ſont abſolument neceſſaires pour ſe faire une idée diſtincte & numerique de ces grandeurs; & toute autre maniere de les conſiderer ſort de l'hypotheſe, ne nous apprend rien, & ne ſert qu'à embarraſſer la matiere.

7. Le choc des corps infiniment durs & inflexibles n'apporte aucun changement à l'évaluation des Forces Motrices que fournit le Mouvement uniforme; parce que ce choc, & la communication de Mouvement qui en reſulte, ſont inſtantanées, & par là ne détruiſent point, ou ne ſuſpendent pas même l'uniformité du Mouvement. Ils ne font qu'en changer la vîteſſe après le choc, en répandant, comme on ſait, la même Force ſur une plus grande maſſe, ou ſur un plus grand nombre de maſſes, ſavoir ſur celle du Mobile, & ſur celles des corps de même nature, qu'il rencontre ſur ſon chemin, & avec leſquels il continue de ſe mouvoir uniformément, mais avec une moindre vîteſſe en raiſon inverſe des maſſes. Auſſi les Auteurs les plus

plus celebres qui ont écrit de l'Eſtimation des Forces contre l'opinion commune de leur proportionnalité avec les viteſſes, ont-ils abſolument refuſé de raiſonner ſur la communication du Mouvement entre des corps ſuppoſés infiniment durs & inflexibles, ou ils ont été contraints, quand ils en ont admis l'hypotheſe, d'en déduire les mêmes Regles de Mouvement, & la même Eſtimation de Forces, que dans l'opinion commune.

Nous voilà donc juſqu'à préſent conduits par les principes les moins conteſtés, & par l'Analyſe la plus ſimple, à l'Eſtimation des Forces Motrices des corps en raiſons de viteſſes. Voyons ce que ces mêmes principes, & une ſemblable méthode nous donneront dans les Mouvemens retardés & accelerés, & dans le choc des corps mous, flexibles, ou à reſſort.

II.

De la meſure des Forces dans les Mouvemens retardés ou accelerés. Raiſons de douter, difficultés & experiences en faveur de l'opinion de Forces Vives.

8. Sans examiner ſi l'on eſt fondé à refuſer dans la queſtion des Forces, d'admettre du moins par voye d'hypotheſe, le choc des corps infiniment durs, & les conſéquences qui s'en déduiſent, nous conviendrons que ces corps, non plus que le Mouvement parfaitement uniforme, & le milieu ſans reſiſtance ou le vuide abſolu dans lequel on

les imagine, ne repreſentent point la Nature telle qu'elle eſt, qu'ils n'exiſtent pas, ou ne peuvent peut-être pas même exiſter: c'eſt une pure fiction. La communication ſubite & inſtantanée, qui en eſt une ſuite, n'exiſte pas davantage. Il y a dans la plupart des corps une proprieté, qui eſt ce qu'on appelle le reſſort ou la vertu élaſtique, qui agit par la compreſſion & par la reſtitution de leurs parties déplacées par le choc, & qui n'agit que dans un tems fini, & par une ſuite d'impulſions ou d'impreſſions ſucceſſives. Or quelque penchant que nous ayons à croire toûjours la conduite de la Nature uniforme, quelque apparence qu'il y ait que les ſuppoſitions & les abſtractions précédentes ne changent rien à l'Analogie qui doit regner dans ſes effets, & qu'elles ne font au contraire qu'en rendre l'examen plus ſimple & plus ſûr, nous devons cependant nous arrêter ici, & voir ſi la Force réellement exercée par la colliſion mutuelle des corps les uns contre les autres, ne nous découvre point en elle quelque degré d'activité, que nous n'y avons point apperçû, qui y étoit caché, ou qui ne pouvoit entrer dans l'hypoſe feinte des corps inflexibles. Je puis donc douter ſi les Forces Motrices des corps ſont comme les vîteſſes ſimplement, ou comme quelque puiſſance ou quelque fonction des vîteſſes; & je dois d'ailleurs en douter, ſachant que des Géometres du premier ordre ſoutiennent qu'elles ſont comme les quarrés des vîteſſes.

9. Ces Géometres ont donc diſtingué deux

for-

ſortes de Forces dans les corps, & ils les ont appellées *Forces Mortes*, & *Forces Vives*. Voici l'idée qu'ils nous en donnent. La Force Morte eſt celle que reçoit un corps ſans Mouvement, lorſqu'il eſt ſollicité & preſſé de ſe mouvoir, ou de ſe mouvoir plus ou moins vîte, lorſqu'il eſt déja en Mouvement; c'eſt un ſimple effort, qui ſubſiſte malgré l'obſtacle étranger qui l'empêche à tout moment de produire un Mouvement local dans les corps ſur leſquels il ſe deploye. Tel eſt, par exemple, l'effort inſtantanée de la Peſanteur. Un corps peſant ſoutenu par une table horizontale fait un effort continuel pour deſcendre, & il deſcendroit effectivement, ſi la table ne lui oppoſoit un obſtacle qui le retient. Ainſi la Peſanteur produit une *Force Morte* dans les corps, dont l'effet n'eſt que momentanée. Il en eſt de même du choc, ou plutôt de la preſſion de tout fluide, qui pouſſe une ſurface qui lui reſiſte. Or la nature ou la quantité de la Force Morte eſt, dit-on, la ſimple vîteſſe multipliée par la maſſe.

10. La *Force Vive*, au contraire eſt celle qui réſide dans un corps lorſqu'il eſt dans un Mouvement actuel. C'eſt cette Force qu'on fait proportionnelle au quarré de la vîteſſe. Mais il faut que la Force Vive ſoit actuellement exercée dans la communication du Mouvement, & pendant un tems fini, pour ſe manifeſter, & pour ſe montrer proportionnelle au quarré de la vîteſſe. Elle devient par là toute différente de la Force Morte, &, en un ſens, de celle que nous avons conſiderée

dans le choc des corps infiniment durs. Elle ne peut ni naître ni périr en un instant, il faut plus ou moins de tems pour la produire, ou pour la détruire dans un corps; car il est évident que nul choc, nulle communication de Mouvement n'est instantanée; & c'est dans cette production & cette perte reciproques & successives de Forces, que consiste le choc, & la communication du Mouvement dans la Nature.

Nous admettrons cette Théorie sans admettre la conséquence qu'on en tire sur la mesure des Forces, ou plutôt, nous suspendrons d'abord notre jugement pour l'examiner. Cependant nous ne nous servirons du nom de *Forces Vives*, dans la suite de ce Memoire, que pour désigner cette opinion, qui fait les Forces Motrices des corps proportionnelles aux quarrés de leurs vîtesses.

11. Puisque c'est à la consideration de la Nature telle qu'elle est réellement, ou qu'elle nous paroît dans ses Phénomenes, qu'on doit l'idée des Forces Vives, c'est aux expériences à justifier les Forces Vives. La premiere expérience qui y ait donné lieu, & la seule sur laquelle semble se fonder *M. Leibnits* inventeur de ces Forces, est prise de l'effet le plus commun, & le plus généralement reçû des Mouvemens accelerés, ou retardés; & il est vrai que bien entendue, elle suffit, & est équivalente à toutes les autres. Tout corps qui tombe acquiert en tombant des degrés de vîtesse, qui sont comme les tems, tandis que les hauteurs ou les espaces parcourus sont comme les quarrés des tems, & des vîtes-

viteſſes. Si l'on conſidere ce corps en un inſtant quelconque de ſa chûte, & qu'on ſuppoſe qu'il ſoit repouſſé en en-haut avec la Force acquiſe, & la vîteſſe actuelle qu'il a dans cet inſtant, il eſt évident, & perſonne n'en diſconvient, qu'il remontera à la même hauteur d'où il avoit commencé de deſcendre, & dans un tems égal à celui qu'il avoit employé à deſcendre; & tout cela en vertu d'une certaine Force qui lui eſt imprimée. Or quelle meſure plus naturelle pourroit-on aſſigner de la quantité de cette Force, que l'eſpace qu'elle eſt capable de faire parcourir au corps ſur lequel elle ſe deploye ? Mais cet eſpace eſt comme le quarré de la vîteſſe, il eſt quadruple par rapport à un autre, tandis que la vîteſſe n'eſt que double. Donc, conclud-on, les Forces qui reſident dans les corps en Mouvement, ſont comme les quarrés de leurs vîteſſes.

12. Les déplacemens de matiere, les enfoncemens, les applatiſſemens de parties faits dans les corps mous, en vertu de la Force, & de la vîteſſe du Mobile acquiſe en tombant, gardent encore la même Analogie. On prend des boules de même groſſeur, & de différent poids. On les laiſſe tomber ſur de l'argile ou ſur du ſuif, de différentes hauteurs, qui ſont entre elles comme leurs poids, & les boules font toûjours ſur l'argile des impreſſions & des enfoncemens parfaitement égaux. Leurs maſſes multipliées par leurs vîteſſes, qui ne ſont que les racines des hauteurs, ne donneroient pas cependant des produits égaux. Il faut donc multiplier leurs

maſſes par leurs hauteurs, ou par les quarrés de leurs vîteſſes, pour avoir des produits égaux, comme ces enfoncemens & ces déplacemens de matiere. D'où l'on conclud que les forces qui les produiſent ſont entre elles comme les quarrés des vîteſſes. Ce ſera la même choſe ſi l'on ſe ſert d'une ſeule boule ; on aura des enfoncemens inégaux en raiſon des hauteurs ou des quarrés des vîteſſes acquiſes.

13. Le même effet doit encore ſe montrer dans le choc des corps élaſtiques, l'applatiſſement de leurs fibres ou de leurs reſſorts, en vertu du choc occaſionné par leur chûte de différentes hauteurs, doit ſuivre le même rapport des hauteurs, ou des quarrés des vîteſſes acquiſes en tombant de ces hauteurs ; & c'eſt ce qui arrive en effet, & qu'on éprouve en laiſſant tomber une boule d'ivoire, ou d'acier, ſur une table de marbre couverte d'un peu de pouſſiere, ou enduite d'une legere couche de cire, ou de ſuif. Car les impreſſions faites ſur cette table ſeront toûjours, ou égales, ſi les hauteurs des chûtes ſont réciproquement comme les peſanteurs des différentes boules, ou inégales en raiſon des hauteurs ou des quarrés de la vîteſſe, ſi l'on n'y employe que la même boule. Il n'eſt pas queſtion de revoquer ici en doute aucun de ces faits, nous les tenons de perſonnes auſſi intelligentes, que pratiques à réduire en expériences la Phyſique la plus delicate *. Et je

* *Polenus*, de Caſtellis per quæ &c. No. 115. 116. &c. *'s Graveſande*, Eſſai d'une nouvelle Théorie ſur le choc des corps. No. 36. &c. Dans le Journ. Litter. de la Haye, Tom. 12.

je montrerai d'ailleurs qu'ils ſont une ſuite néceſſaire de la Théorie des Forces la plus inconteſtable. Voyons préſentement ſi la concluſion qu'on en tire en faveur des Forces Vives coule de la même ſource, & ſi nous devons l'admettre.

III.

Réponſe aux difficultés, & aux experiences qui paroiſſent favorables aux Forces Vives.

14. Si un corps de même maſſe qu'un autre & avec deux degrés de vîteſſe, eſt en état de remonter à une hauteur quadruple de celle où remonteroit celui qui n'a qu'un degré de vîteſſe, ou de déplacer par ſon choc quatre fois plus de matiere; ne faut-il pas conclure que ſa Force eſt quadruple de celle de l'autre, ou en raiſon du quarré de la vîteſſe? les effets ne ſont-ils pas toûjours proportionnels à leurs cauſes, & y a-t-il ici d'autre cauſe de l'aſcenſion du corps, ou du déplacement de parties, qu'il produit par ſon impetuoſité & par ſon choc, que la Force qui lui eſt imprimée, celle-là même qui s'y conſume? Oui ſans doute, il n'y a point ici d'autre cauſe de tout ce que fait le corps en Mouvement, que la Force qui lui procure le Mouvement. Il n'eſt pas moins vrai auſſi que ces effets doivent être proportionnels à leur cauſe. Mais n'oublions pas en même tems le grand principe, que qui dit proportion, ſous-entend commune meſure. Cette commune meſure eſt le tems; du moins puis-je prendre

le tems, ou des tems égaux, pour terme de la commune mesure des deux Forces que je compare. Or cela posé, je ne trouve dans les effets du corps qui a deux fois plus de vîtesse, qu'un effet double, & non quadruple, un double espace parcouru, & un double déplacement de matiere en des tems égaux. D'où je conclus par le principe même de la proportionnalité des effets avec leur cause, que la Force Motrice n'est que double & non quadruple, comme la simple vîtesse, & non comme le quarré de la vîtesse.

15. Que l'effet total ne soit quadruple qu'en un tems double, c'est ce qui ne souffre aucune difficulté à l'égard de l'espace parcouru, ou du corps qui tombe, & qui a acquis par sa chûte deux degrés de vîtesse, ou qui remonte par la même vîtesse acquise. Pour s'en convaincre plus parfaitement, il n'y a qu'à réduire le Mouvement acceleré en uniforme; comme a fait M. de *Fontenelle* d'après M. le Chevalier de *Louville*, dans l'Histoire de l'Académie 1721 *. Car comme on sait que les espaces parcourus uniformément, en vertu de la vîtesse acquise par l'accélération, seroient doubles de ceux que l'accélération avoit fait parcourir, il suit que le corps qui remonte avec 1 de vîtesse pendant 1 seconde, par exemple, & qui ne parcourt que 1 toise à cause du retardement, en parcourroit 2, si son Mouvement avoit été d'abord uniforme; & que le même corps poussé avec 2 de vîtesse, & qui par là auroit parcouru 4 toi-

* *pag.* 102 & suiv.

toiſes en 1 ſeconde, en parcourra 8 en 2 ſecondes, en vertu de la même vîteſſe, & du Mouvement uniforme. D'où il ſuit qu'en comparant les deux Mouvemens en des tems égaux, on ne trouve dans chaque ſeconde que 2 toiſes parcourues par le corps qui avoit 1 degré de vîteſſe, & 4 toiſes par le corps qui en avoit 2 degrés. Ainſi les Forces Motrices dont la quantité ſeroit meſurée par la longueur de ces eſpaces, ne peuvent être entre elles que comme leurs racines, ou comme les ſimples vîteſſes.

16. Cette reduction du Mouvement accéléré en uniforme fait voir leur analogie, & ne peut apporter ici aucune erreur. Elle ne peut rien changer à la quantité de Force qui réſide dans un corps à l'inſtant où il va ſe mouvoir, quel que doive être ce mouvement, ou retardé ou uniforme. Car en imaginant la Force Motrice toûjours la même, il ne s'agit pour rendre uniforme le Mouvement qu'elle alloit produire, ou que l'on conſidere dans cet inſtant, que d'ôter les reſiſtances, les impulſions de la peſanteur, par exemple, ou les obſtacles quelconques, qui pouvoient l'arrêter ſur ſon chemin, ou la conſumer peu à peu. Comme au contraire pour rendre ce Mouvement retardé d'uniforme qu'il alloit être, il ne faut qu'y introduire ces mêmes obſtacles ou reſiſtances. Ce qui eſt tout à fait étranger à la force que l'on cherche à connoître, & ne ſauroit par conſequent rien ôter ni ajoûter à la meſure de ſa quantité conſiderée en elle-même.

17. Il ne faut qu'un peu d'attention pour voir

voir que tout ce qui vient d'être dit des eſpaces parcourus en raiſon des quarrés de la viteſſe acquiſe, eſt applicable aux déplacemens de matiere, aux enfoncemens, & aux applatiſſemens, qui ſuivent le rapport des mêmes quarrés, & qui ſont le ſujet des experiences des N°. 12. & 13. Car il eſt évident que la viteſſe acquiſe par la chûte, & éteinte enſuite peu à peu par les reſiſtances ſucceſſives des parties de l'argille, ou des fibres élaſtiques du corps à reſſort à meſure que le Mobile déplace les unes & les autres, ou qu'il en change la figure, il eſt, dis-je, évident que tout cela ſe doit faire par des degrés tout à fait analogues à ceux de l'accélération, ou du retardement; que la viteſſe double, par exemple, doit être deux fois plus de tems à périr que la viteſſe ſimple, & que puiſque, en qualité de viteſſe double, elle doit agir doublement à chaque moment, ſon effet doit être quadruple en un tems double. Et il faut prendre garde, que ſi ces mêmes parties de l'argille, ou ces mêmes fibres élaſtiques enfoncées, ou applaties reprenoient leur place, ou leurs figures, avec les mêmes viteſſes qui les en a tirées, & que de paſſives qu'elles étoient, elles devinſſent actives à l'égard du même Mobile, il n'y a pas de doute qu'elles ne le repouſſaſſent à la même hauteur & au même point d'où il étoit tombé. De ſorte que ſi l'on imagine une ligne AB, menée du premier point, A, de la chûte, juſqu'à celui où cette chûte & le Mouvement du corps ſe termine dans l'argille IRG, après le dernier enfoncement B, cette ligne ſe trouvera par-

partagée par le premier point du contact T, ou par la ſurface IR, de l'argille, en raiſon réciproque des réſiſtances, ou des accélérations éprouvées de part & d'autre du point T, ou de la ſurface IR. Savoir dans l'air TA, en vertu des impulſions de la Peſanteur (faiſant abſtraction de ſa réſiſtance particuliere en qualité de fluide) & dans l'argille TB, en vertu de ſa maſſe, de ſa ténacité, & de l'Inertie de ſes parties. Ce point T, ſera le *Maximum*, ou le terme des plus grandes vîteſſes acquiſes du Mobile, ſoit en tombant du point A, ſoit en étant repouſſé du point B, par les parties de l'argille, qui reprennent leur place; après quoi le Mouvement eſt toûjours retardé, ſoit en allant de T, vers A, ſoit en allant de T, vers B.

18. C'eſt la même choſe à l'égard des applatiſſemens des boules à reſſort, qu'on laiſſe tomber ſur une table de marbre, leur vîteſſe eſt accélérée depuis le commencement de leur chûte juſqu'au point du contact de la table, après lequel leur centre s'approche de la ſurface de cette table, en diminuant toûjours de vîteſſe, & il en eſt enfin repouſſé en paſſant par les mêmes degrés en ordre renverſé, ou par une accélération toute ſemblable: ainſi que je l'ai

l'ai montré ailleurs plus en detail *. Il faut ſeulement ſe ſouvenir dans toutes ces expériences, qu'on y ſuppoſe la ténacité de l'argille, & la roideur des fibres élaſtiques aſſés grandes pour ne ceder ſenſiblement qu'au choc, & point du tout à la Peſanteur des boules qu'on y employe, ſi elles étoient denuées de toute vîteſſe: Sans quoi la concluſion qu'on en tire en faveur des Forces Vives ne ſeroit pas exacte.

19. L'Analogie ſuffit ſeule pour faire voir que la Force double, par exemple, en conſéquence d'une double vîteſſe, doit être deux fois plus de tems à périr que la ſimple, de part & d'autre du point T, du contact de l'argille, ou de la table, & les tems étant proportionnels aux vîteſſes acquiſes, ou perdues, depuis la chûte juſqu'à ce point, ils doivent l'être de même depuis ce point juſqu'au dernier enfoncement, ou à la derniere contraction du reſſort. Mais c'eſt ce que je démontrerai encore bientôt *à priori*. Cependant il eſt clair, cela poſé, que les experiences dont il s'agit, ne donnent rien juſques là que de très conforme à la Théorie ordinaire des Forces, & du Mouvement, ſavoir des effets doubles en des tems égaux, & des effets quadruples en des tems doubles, lorſque la vîteſſe eſt double: en un mot des effets proportionnels aux vîteſſes, & non aux quarrés des vîteſſes. Et il n'en faudroit pas davantage, je le dirai ici en paſſant, pour mettre *Deſcartes* & les *Carteſiens* à couvert du reproche d'erreur que leur fait l'illuſtre Auteur des Forces Vives, dans l'ou-

* Rech. Phyſicomath. ſur la Réflexion des corps. art. IV. pp. 16. 17. & 18. Mem. de 1722.

l'ouvrage où il en a donné la premiere idée, & où il prétend montrer combien il eſt contradictoire de faire la Force Motrice équivalente à la quantité de Mouvement, & d'en conclure comme *Deſcartes*, que Dieu conſerve toûjours la même quantité de Mouvement dans la Nature. Car ſoit qu'il y ait, ou qu'il n'y ait pas toûjours la même quantité de Mouvement dans la Nature, il eſt certain par tout ce que nous venons de remarquer, & à en juger par les effets mêmes, qu'on n'y ſauroit aſſigner aucun tems, où la Force Motrice ne ſoit pas proportionnelle au Mouvement; puiſqu'à chaque inſtant donné, elle l'eſt à la vîteſſe, & non au quarré de la vîteſſe.

IV.

Nouvelles difficultés, & inſtance pour les Forces Vives.

20. Mais nous ne nous en tiendrons pas à cette réponſe contre les Forces Vives, & ſur les expériences précédentes. Quelque ſolide que cette réponſe puiſſe être par voye d'exception, elle nous paroît inſuffiſante pour lever la difficulté, ou pour éclairer entierement l'eſprit ſur cette matiere. Car enfin, pourra-t-on ajoûter, qu'importe que l'eſpace parcouru, la quantité de matiere déplacée, les reſſorts applatis, & tous les effets produits par une Force, le ſoient en un, ou en deux tems? N'eſt-elle pas toûjours proportionnelle aux effets qu'elle eſt capable de produire en ces tems quelconques? Et ſi ces effets ſont comme les quarrés de la vîteſſe, la Force n'eſt-elle pas en même raiſon? N'eſt-

N'eſt-ce pas en vertu de ſa Force qu'un corps qui parcourt deux toiſes, par exemple, en un tems, par rapport à un autre qui n'en parcourt qu'une, ne ceſſe auſſi d'agir, de ſe mouvoir, ou de déplacer la matiere qui s'oppoſe à ſon Mouvement, qu'en deux fois autant de tems? Et ſi l'effet total qui reſulte de cette double circonſtance, ſi cette double cauſe d'activité, qui eſt certainement contenue dans la Force, eſt quadruple, ne faut-il pas conclure que la Force productrice devoit être quadruple? Il n'en eſt pas ici comme du Mouvement uniforme (N°. 5, & 6,) & nous ne ſaurions dire que la ſucceſſion des inſtans, ou des eſpaces parcourus, ne change rien à la Force actuelle qui tient le corps en Mouvement, & qui l'y tiendroit une Eternité, ſans rien perdre ni acquérir, ſi quelque cauſe étrangere ne la venoit modifier ou détruire. Ce qui ôte l'uniformité du Mouvement, dans le Mouvement retardé, diminue d'autant la Force qui le produit, & la conſume enfin toute entiere. Il faut donc tenir compte à la Force de ce plus de durée du Mouvement, qu'elle procure au corps dans lequel elle réſide. Ainſi il eſt évident qu'elle doit être d'autant plus grande, qu'elle eſt capable d'agir plus long-tems avec une plus grande vîteſſe. Elle eſt donc en raiſon compoſée de la vîteſſe, & du tems. Mais les tems ſont ici comme les vîteſſes; donc les Forces Motrices ſeront entre elles comme les quarrés des tems, ou comme les quarrés des vîteſſes.

V.

V.

Réponſe à l'inſtance; Raiſons de douter, difficultés, & experience centre les Forces Vives.

21. Voilà ſans doute le fort de la difficulté, & la ſource du mal-entendu, s'il y en a ſur cette matiere. Je ſuſpens donc encore mon jugement, & je remarque 1°. Qu'il ſeroit bien extraordinaire qu'une Analyſe auſſi ſimple, & des principes auſſi clairs que ceux que nous avons employés juſqu'ici, nous euſſent conduits à faire la Force toûjours proportionelle à la quantité de Mouvement, ou à la vîteſſe dans les Mouvemens uniformes, & dans les retardés, ou accélérés reduits en uniformes; & que cependant en vertu de ſa durée, & d'une ſeconde de plus, par exemple, cela ceſſât d'être, & qu'il fallût changer la quantité qu'on lui a aſſignée, & qu'on lui a dû aſſigner dans la premiere ſeconde. Il eſt inutile d'alleguer, comme on a fait ſouvent ſur cette matiere, qu'il faut quatre fois plus de Force à un homme pour porter le même fardeau quatre lieues, que pour le porter une lieue. Il eſt vrai qu'il y employe, & qu'il y dépenſe, pour ainſi dire, quatre fois plus de Force; mais la Force qu'il employe ne differe pas à la quatrieme lieue & à la quatrieme heure, par exemple, en quantité de celle qu'il avoit à la premiere lieue, & à la premiere heure. Il ne s'enſuit pas encore, qu'il eût pû porter un fardeau quatre fois plus grand à la premiere lieue, & pendant la pre-

premiere heure. C'eſt qu'il n'eſt pas toûjours poſſible d'exercer, ni même d'avoir en ſoi, dans un certain tems, la Force qui ſe déploye ſucceſſivement en pluſieurs tems, & qu'il ſe mêle ici mille circonſtances phyſiques, qui ne permettent pas d'en faire la comparaiſon avec la Force des Mobiles inanimés. Avoir quatre fois la même Force conſécutivement, n'eſt pas la même choſe qu'avoir quatre fois autant de Force en un même inſtant. Ce n'eſt pas en vertu d'une impétuoſité qui lui eſt imprimée au commencement de ſa marche, qu'un Animal porte un fardeau pendant un certain tems, & il ne diminue pas, ou n'augmente pas de vîteſſe dans la raiſon des Mouvemens retardés ou accélérés; il tient plus du Mouvement uniforme: & auſſi les reſſources de la reſpiration & des alimens peuvent être à ſon égard, ce qu'eſt à l'égard des Mouvemens uniformes, l'application continue de la même Force, qui n'a pas d'autre meſure (N°. 6) à un certain tems, ni à un certain point de l'eſpace parcouru, qu'à un autre. Au lieu que la Force imprimée à un corps par le choc diminue toûjours, en s'exerçant ſur un autre par un ſemblable choc, parce que la ſomme de ce qu'elle eſt pendant tous les inſtans de ſa durée, ne différe pas de ſa veritable quantité, avant que d'avoir commencé à périr. Il paroit donc inconcevable, que la meſure de la Force qui reſulte des circonſtances du premier, ou du ſecond tems du choc, pris ſéparément, ſoit différente de celle qui réſulte des deux tems pris enſemble.

22,

22. 2°. Si les experiences qu'on vient de voir paroiſſent prouver que les Forces ſont entre elles comme les quarrés des vîteſſes, une experience encore plus ancienne, plus ſimple, & plus maniée, & acceptée des deux partis, ſemble prouver évidemment le contraire. C'eſt celle de deux corps mous, ou à reſſort, qui viennent ſe choquer par des Mouvemens contraires, & avec des vîteſſes qui ſont entre elles en raiſon inverſe de leurs maſſes. Car on ſait qu'il en reſulte le repos, ſi les corps ſont mous & ſans reſſort; & un retour en arriere après le choc, avec les mêmes vîteſſes qu'avant le choc, ſi les corps ont du reſſort. Tout le contraire devroit cependant arriver, ſi les Forces étoient comme les quarrés des vîteſſes, & le corps par exemple, qui auroit 3 de vîteſſe avec 1 de maſſe, & par conſequent 9 de Force, devroit néceſſairement emporter celui qui avec 3 de maſſe n'auroit que 1 de vîteſſe, & par là ſeulement 3 de Force.

23. On répond que ce triple de force, qu'a le corps qui le meut avec 3 de vîteſſe, eſt conſumé par les enfoncemens & les déplacemens de matiere qu'il fait ſur celui qui n'a que 1 de vîteſſe. Mais quel eſt le point d'appui des efforts néceſſaires pour produire ces enfoncemens, & cette *introceſſion* de matiere? Qu'eſt-ce qui les ſoûtient par une réaction égale à l'action? N'eſt-ce pas le centre de Gravité de la maſſe triple, qui n'a que 1 de vîteſſe? Cette maſſe elle-même ne conſume-t-elle pas autant de ſa Force à ſoûtenir les efforts de ces déplacemens, que le corps choquant perd de la ſien-

ſienne à les produire, & ce qu'elle en conſume ne la diſpoſe-t-il pas d'autant à ceder? Il n'y a donc point d'efforts perdus à cet égard, ou plutôt ceux qui ſont perdus d'une part, ſont communiqués de l'autre par un échange réciproque. Ainſi la maſſe inférieure en Force doit être entrainée.

24. Ceci devient encore plus évident dans le cas des corps à reſſort. Car les enfoncemens & les applatiſſemens qu'ils ſouffrent mutuellement dans le choc, font, en vertu du retabliſſement qui leur ſuccede, la ſource même de la Force neceſſaire pour retourner en arriere, avec les mêmes vîteſſes après le choc qu'ils avoient avant le choc. Donc ſi les Forces étoient comme les quarrés des vîteſſes, celui qui n'avoit que 1 de vîteſſe, & 3 de maſſe, ſeroit repouſſé en arriere par le choc de celui qui avoit 1 de maſſe, & 3 de vîteſſe, avec plus de Force ou de vîteſſe, qu'il n'en avoit avant le choc; ce qui eſt contraire à l'expérience.

25. 3°. Mais je vais plus loin, & je demande, Ne ſe pourroit-il pas que la Force demeurant toûjours en raiſon de la ſimple vîteſſe, ſe trouvât capale de produire des effets proportionnels au quarré de la vîteſſe? Qu'étant double, par exemple, en vertu d'une double vîteſſe, il fût de ſa nature de produire des effets quadruples par rapport aux obſtacles qui s'oppoſent à ſon action? Et cela ne viendroit-il pas de ce qu'une Force double, en vertu d'une double vîteſſe, & qui, par rapport à une autre, agit doublement en des tems égaux, agit en-

encore peut-être deux fois autant de tems, ou ne ſe conſume qu'en deux fois autant de tems, par cela même qu'elle eſt double, & qu'elle reſulte d'une double vîteſſe? De ſorte qu'au lieu de conclure qu'une Force eſt quadruple, parce que les eſpaces parcourus, les déplacemens de matiere, & tous les autres effets ſemblables qu'elle produit le ſont, il faudra conclure au contraire, de ce que ces effets ſont quadruples, ou en général, comme le quarré de la vîteſſe, qu'elle n'eſt que double, ou en général comme la ſimple vîteſſe. Il me ſemble qu'à cette nouvelle vûe, toutes les difficultés ſe diſſipent, & qu'il ne reſtera plus bientôt ici de ſujet de doute, ni d'apparence de contradiction.

VI.

Propoſition fondamentale, ſolution des difficultés, & explications en général.

26. Il ne s'agit donc que de s'aſſûrer de la verité de cette propoſition, *Qu'une Force quelconque, entant qu'elle réſulte de la vîteſſe du Mobile où elle réſide, agit contre les obſtacles ſucceſſifs qu'elle rencontre en tems égaux, en raiſon de la vîteſſe, & de plus agit ou ſe déploye pendant un tems qui eſt encore en raiſon de cette même vîteſſe; ce qui donne une action totale, qui eſt comme le quarré de la vîteſſe. De ſorte que les eſpaces parcourus dans le Mouvement accéléré ou retardé, les impreſſions & les déplacemens de matiere dans le choc & la colliſion mutuelle*

zuelle des corps, étant comme les quarrés des vîteſſes, les Forces qui font parcourir ces eſpaces, & qui produiſent ces impreſſions & ces déplacemens de matiere, & qui s'y conſument, ne ſont qu'en raiſon des ſimples vîteſſes.

Nous allons examiner cette Propoſition, l'expliquer, & en détailler toutes les parties, dans les exemples ſuivans.

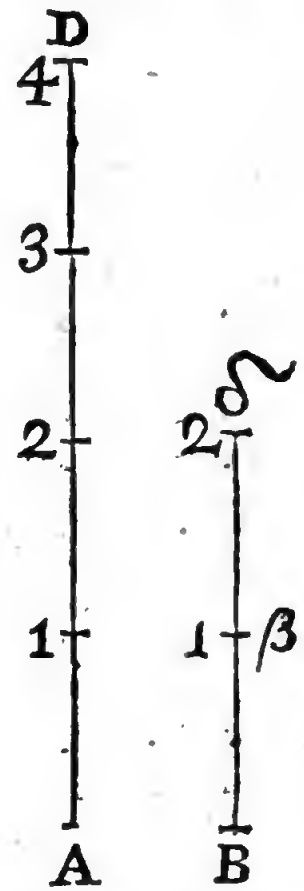
27. Nous nous attacherons principalement à mettre dans ſon jour ce qui regarde les eſpaces parcourus, parce que, comme nous l'avons déja inſinué (N°. 11,) & comme l'on s'en convaincra pour peu que l'on y faſſe attention, tous les autres effets du Mouvement, & du choc, les parties de matiere déplacées, les reſſorts bandés ou applatis, & en général tout ce qu'on apporte d'expériences ſur ce ſujet, ſe réduiſent à celle de l'eſpace parcouru par un Mouvement retardé, ou ne concluent qu'autant qu'elles y ſont ramenées; ſans compter que s'il eſt une fois bien démontré que les Forces Vives n'ont pas lieu par rapport aux eſpaces parcourus, d'où elles ont pris naiſſance (N°. 11,) il eſt plus que probable qu'elles ne ſont pas moins imaginaires dans les autres Phénomenes. Nous ſuppoſerons auſſi avec tous les Auteurs modernes qui ont traité de la chûte des corps, & conformément au ſyſtême de *Galilée* accepté de part & d'autre ſur cette matiere, 1°. Que la Peſanteur en tems égaux produit des vîteſſes égales dans les corps qui deſcendent, & qu'elle ôte des vîteſſes égales à ceux qui montent, du moins ſenſiblement,

&

& près de la ſurface de la Terre, où ſont faites nos expériences. 2°. Que ces vîteſſes acquiſes, ou perdues par le Mobile, en vertu de la Peſanteur, le ſont ou peuvent l'être par des impulſions redoublées d'inſtant en inſtant. Car quand la Peſanteur agiroit d'une maniere continue, & abſolument indiviſible, il n'y a pas plus d'inconvénient à le ſuppoſer ainſi dans les calculs, qu'à prendre les Courbes pour des Polygones d'une infinité de côtés dans la réſolution des Problêmes de Géometrie. Je puis donc imaginer que les impulſions de la Peſanteur étant réunies au commencement ou à la fin de chaque eſpace infiniment petit, ou, ce qui revient ici au même, de chaque pied ou de chaque toiſe priſe pour exemple, & parcourue par le Mobile qui monte, font ſur ce Mobile le même effet que ſi, toute peſanteur ôtée, il y avoit à chacun de ces points des particules égales de matiere à déplacer, ou de petites lames de reſſort à ſoûlever ou à bander. En un mot, je puis toûjours comparer la Peſanteur à des obſtacles ou des réſiſtances quelconques, qui lui ſont analogues; comme réciproquement, je puis comparer les réſiſtances quelconques des particules de matiere déplacées, ou des reſſorts pliés, aux impulſions contraires de la Peſanteur réunies à certains points de l'eſpace parcouru.

28. Cela poſé, ſoient toûjours les deux Mobiles de maſſe égale, *A*, & *B*, mûs avec différentes vîteſſes, & telles, par exemple, que la vîteſſe de *A* ſoit double de celle de

B. Suppoſons de plus que ces deux Mobiles ne trouvent aucun obſtacle, aucune réſiſtance ni impulſion contraire ſur leur chemin, c'eſt-à-dire, qu'ils ſe meuvent, ou ſe vont mouvoir d'un Mouvement uniforme ſur les droites *AD*, *Bδ*. Ils y parcourront des eſpaces, qui ſeront entre eux comme les vîteſſes qui les font parcourir, c'eſt-à-dire, que dans le tems que *B*, parcourt 2 toiſes, *Bδ*, *A* en parcourt 4, *AD*, & ainſi de ſuite. Je dois donc juſqu'ici ſuppoſer les Forces motrices des corps *A*, & *B*, entre elles, comme les vîteſſes, & comme les eſpaces parcourus (N°. 3). Mais ſi elles ſont telles dans l'inſtant où elles commencent d'agir ſur ces mobiles, dans l'hypotheſe qu'ils vont ſe mouvoir d'un Mouvement uniforme, pourquoi ne les pourrois-je pas ſuppoſer telles dans l'hypotheſe qu'ils vont ſe mouvoir d'un Mouvement retardé? Mettre des obſtacles, des réſiſtances ou des impulſions contraires, ſur le chemin d'un Mobile, ou les en ôter, change-t-il quelque choſe à la quantité de la Force qui lui eſt appliquée, & qui le va faire mouvoir ſur ce chemin? Non ſans doute, & nous l'avons déja remarqué (N. 16). Ce ſont des circonſtances tout à fait étrangeres à la valeur de la Force motrice; elles peuvent en diminuer l'effet, ou même l'éteindre en qualité

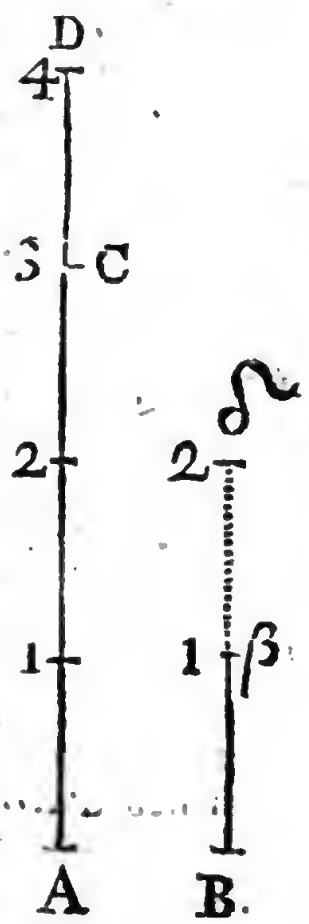


de

de Forces contraires; mais elles ne ſauroient faire qu'elle change de nature, ou de valeur, qu'elle ſoit plus ou moins grande. Donc ſi je tire de l'hypotheſe des Forces motrices en raiſon des viteſſes, les eſpaces parcourus en raiſon des quarrés, & tout ce qui arrive au Mouvement retardé ou acceleré, je n'ai que faire de ſuppoſer les Forces comme les quarrés des viteſſes, & cela ſeroit contre les règles de la bonne Logique.

29. J'introduis donc ici les impulſions de la Peſanteur, & je les répands, pour ainſi dire, ſur les chemins à parcourir des Mobiles *A*, & *B*. Cela poſé, je ſai qu'elles retarderont, & qu'elles éteindront enfin tout leur Mouvement. Suppoſons, par exemple, que tout le Mouvement de *B* ſoit éteint en 1 ſeconde de tems, & qu'au lieu d'avoir parcouru la longueur $B\delta$, de 2 toiſes, comme il auroit fait s'il n'avoit trouvé aucune impulſion contraire, il n'a parcouru que la longueur $B\beta$, de 1 toiſe. Par l'égalité continuelle des impulſions de la Peſanteur contre le même Mobile, ou ſon ſemblable, on ſait, & l'expérience le confirme, qu'elle fera perdre de même en tems égal un ſemblable eſpace au Mobile *A*, quel que ſoit le rapport fini de ſa viteſſe à celle du Mobile *B*. Donc le corps *A*, au lieu de parcourir à la premiere ſeconde la longueur *AD*, de 4 toiſes, ne parcourra que la longueur *AC*, de 4 — 1, ou de 3 toiſes. Mais on ſait de plus que les viteſſes acquiſes, ou perdues, ſont comme les tems; donc le Mobile *A*, n'aura perdu que 1 degré, ou la moitié de ſa viteſſe, parce qu'il en avoit 2 degrés, tandis que le Mobile *B*, en ayant per-

perdu 1 de même, a perdu toute la ſienne, parce qu'il n'en avoit que 1 degré. Mais 1 degré de vîteſſe doit faire parcourir au corps *A*, en une ſeconde, le même chemin que *B* a parcouru en un ſemblable tems. Donc *A* parcourra encore 1 toiſe *CD*, ce qui fait 4 toiſes en tout. Donc en vertu d'une Force double réſultante d'une double vîteſſe, le Mobile *A* s'eſt mû deux fois plus de tems que le corps *B*, & il a parcouru à chaque tems l'un portant l'autre deux fois plus d'eſpace; ce qui fait en tout un eſpace quadruple, ou en raiſon du quarré de la vîteſſe. Cela n'a beſoin que de quelque éclairciſſement pour emporter une conviction entiere.



VII.

Solution, & explications plus particulieres.

30. Je dis que le Mobile *A* a parcouru deux fois plus d'eſpace à chaque tems l'un portant l'autre, & non pas à chaque tems abſolument parlant; parce que dans l'exemple il parcourt 3 toiſes au premier tems, & une toiſe ſeulement au ſecond. Cependant j'aurois pû le dire relativement à la Force & la vîteſſe, entant que doubles, parce qu'à la rigueur, tant qu'elles demeurent dans ce rapport, eu égard à la Force

ce & à la vîteſſe du corps *B*, elles doivent produire cet effet, comme dans le Mouvement uniforme. Mais parce qu'elles n'y demeurent qu'un inſtant, & que le rapport change continuellement dans les inſtans ſuivans, dont on conçoit qu'eſt compoſé le tems fini où l'on les conſidere, l'eſpace actuel parcouru ne ſauroit être dans le même rapport, mais dans celui qui réſulte de la ſuite changeante de ces rapports. Or il ſuffit de remarquer ici, que l'eſpace parcouru par le corps *A*, dans le premier tems fini, eſt plus que double de celui que parcourt le corps *B*, en un tems égal; parce que le rapport devient plus que double, d'abord après le premier inſtant, & qu'il ſe termine enfin par être infini, puiſque le Mobile *A* ſe meut avec un degré de vîteſſe, & monte encore, lorſque *B* ceſſe totalement de ſe mouvoir, ou de monter. Le corps *A* parcourt donc toûjours en un inſtant quelconque un eſpace proportionnel à la vîteſſe qu'il a dans cet inſtant. Ainſi à conſiderer le rapport des vîteſſes de *A*, & de *B*, quand ils commencent à ſe mouvoir, l'un devoit parcourir 4 toiſes, & l'autre 2; & ils les auroient en effet parcourues, n'étoit les impulſions contraires de la Peſanteur, qui en tems égal ôtent une toiſe de l'eſpace de chacun, & réduiſent par conſéquent celui du Mobile *A*, à 3 toiſes, & celui du Mobile *B*, à 1 toiſe. Pour mieux ſentir la vérité de cette Remarque, ſubdiviſons le degré de vîteſſe, & le tems, en un nombre quelconque de parties: plus ce nombre ſera grand, plus le rapport des eſpaces parcourus au commencement approchera du rapport de Force ou de vîteſſe aſſigné aux Mobiles *A*, & *B*.

C'eſt pourquoi ſi au lieu de 2 & 1 nous prenons 8 & 4, on aura dans les 8 inſtans de *A*, les eſpaces parcourus, 15, 13, 11, &c. & dans les 4 inſtans de *B*, les eſpaces, 7, 5, &c. De ſorte que le Mobile *A* parcourra d'abord 15 d'eſpace, dans la partie de tems que le Mobile *B* employe à en parcourir 7. Ce qui ne differe de la raiſon de 2 à, que de $\frac{1}{15}$; au lieu que dans le premier cas, il differoit de $\frac{1}{3}$. Si au lieu de 8, & 4, nous prenons 10, & 5, la différence ne ſera plus que de $\frac{1}{19}$, & ainſi de ſuite juſqu'à l'infini, où la différence diſparoît totalement, & où l'on peut dire, que les eſpaces parcourus dans les premiers inſtans par le corps *A*, ſont exactement doubles des eſpaces parcourus par le corps *B*. Après cela ils ſeront plus que doubles, parce que le décroiſſement de vîteſſe arrive aux deux Mobiles par une ſuite ou progreſſion arithmetique, d'où il ſuit que le rapport géometrique de la vîteſſe du plus grand, *A*, doit augmenter à l'égard de la vîteſſe du plus petit, *B*. Mais l'eſpace parcouru eſt toûjours proportionnel à la vîteſſe actuelle, comme dans les Mouvemens uniformes.

31. On voit donc que le corps *A*, à qui on ſuppoſe, par exemple, une Force double, réſultante d'une double vîteſſe par rapport au corps *B*, qui lui eſt égal, & qui n'a que 1 de Force & de vîteſſe, on voit, dis-je, que le corps *A*, doit parcourir à chacun des inſtans communs du commencement de la Suite infinie, des eſpaces qui ſont doubles des eſpaces parcourus par le corps *B*. Mais on ne voit peut-être pas encore, du moins dans un certain détail, pourquoi.

quoi le corps *A* ſe meut deux fois plus de tems que le corps *B*, malgré les obſtacles ſurmontés dans le premier tems, en raiſon de ſa ſuperiorité de Force & de vîteſſe. Il ſemble au contraire que le Mobile qui a le plus de vîteſſe, ayant ſurmonté à chaque inſtant un nombre d'obſtacles proportionnel à ſa vîteſſe, il doit avoir fait tout ce qu'il pouvoit faire, & avoir perdu tout ce qu'il avoit de Force, ſi ſa Force n'étoit que proportionnelle à ſa vîteſſe.

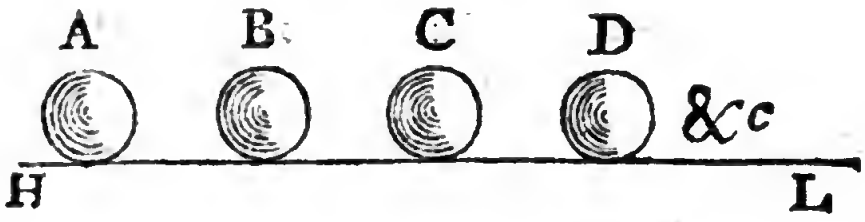
32. Mais il faut prendre garde, que le Mobile ſuperieur en Force, en même raiſon que ſa vîteſſe, ne perd de cette Force & de cette vîteſſe en tems égaux, que ce qu'en perd le Mobile inferieur en Force & en vîteſſe. C'eſt-à-dire, que *Les pertes de Force & de vîteſſe des Mobiles, qui parcourent différens eſpaces, ou qui ſurmontent un différent nombre de mêmes obſtacles, ſont toûjours comme les tems employés à parcourir chacun de ces eſpaces, & à ſurmonter chacun de ces obſtacles; & la raiſon en eſt, que les impulſions contraires, les réſiſtances, ou, ſi l'on veut, les Forces contraires agiſſent d'autant plus, ou d'autant moins, toutes choſes d'ailleurs égales, contre celles qui les ſurmontent, & qu'elles conſument, qu'elles leur ſont appliquées plus ou moins de tems.* Ainſi le corps *A*, ſuperieur en Force & en vîteſſe, ſurmonte deux obſtacles, par exemple, dans l'inſtant où le corps *B*, n'en ſurmonte qu'un, parce qu'il les ſurmonte, ou qu'il les parcourt chacun en particulier, avec le double de vîteſſe; & de plus, chacun de ces obſtacles ne lui fait perdre que la moitié de la Force & de la vîteſſe

qu'il fait perdre au corps *B*, parce qu'il ne lui eſt appliqué, qu'il n'agit contre lui, & qu'il ne ſéjourne ſur lui que la moitié autant de tems qu'il agit contre *B*. Le corps *A*, ne peut donc perdre que 1 de Force, & 1 de vîteſſe, dans le tems que *B*, perd également 1 de Force, & 1 de vîteſſe, quel que ſoit le nombre d'obſtacles qu'ils ſurmontent l'un & l'autre en tems égal. Car, comme nous venons de dire, la réaction des obſtacles pour conſumer la Force du Mobile, eſt en raiſon directe des tems, ou; ce qui revient au même, en raiſon réciproque des vîteſſes. Mais par hypotheſe, le corps *A* eſt ſuperieur en Force & en vîteſſe au corps *B*, & *B* a perdu toute ſa Force & toute ſa vîteſſe au premier tems. Donc après que *B* aura perdu ſa Force & ſa vîteſſe, ou qu'il aura ceſſé de ſe mouvoir & de monter, *A* retiendra encore une partie de ſa Force & de ſa vîteſſe, & il montera encore, &c. D'où il eſt clair qu'une Force qui réſulte d'une plus grande vîteſſe, doit s'éteindre d'autant plus tard que la vîteſſe eſt plus grande. Il eſt donc de la nature d'une Force quelconque d'agir à chaque inſtant en raiſon de la vîteſſe qui la produit, & d'agir d'autant plus d'inſtans en raiſon de cette même vîteſſe; ce qui doit produire, dans la durée de ſon action, des impreſſions, ou des eſpaces parcourus en raiſon du quarré de la vîteſſe, quoique la Force ne ſoit réellement qu'en raiſon de la ſimple vîteſſe.

33. Comme il ne s'enſuit pas de ce que le Mouvement uniforme d'un corps fini qui a une

une vîteſſe finie, ne ceſſe jamais ou dure toûjours, que la Force Motrice actuelle qui le produit ſoit infinie; il ne s'enſuit pas non plus à la rigueur, que la Force Motrice de ce même corps dans le Mouvement retardé, en ſoit plus grande de ce qu'elle doit durer davantage. Elle n'eſt réellement plus grande que parce qu'elle fait parcourir de plus grands eſpaces en des tems égaux, ou plutôt ces eſpaces ne ſont plus grands en des tems égaux, que parce que la Force eſt plus grande, en vertu d'une plus grande vîteſſe. Et dans ce cas, elle doit durer davantage ou périr plus tard, non pas, à la rigueur, parce qu'elle eſt plus grande, car la ſeule raiſon de la maſſe pourroit la rendre telle; mais parce qu'en des tems égaux, elle fait parcourir de plus grands eſpaces. C'eſt par là accidentellement qu'elle dure davantage ou périt plus tard, & par la raiſon que nous en avons donnée ci-deſſus (N°. 32). La plus longue durée ſera, ſi l'on veut, une indication d'une plus grande vîteſſe, mais non pas un ſecond principe de valeur, qui doive multiplier la valeur qu'indique déja la vîteſſe, ou les eſpaces parcourus appliqués aux tems. Ce ſeroit faire une eſpece de double emploi très vicieux, meſurer une Force par ſes effets, & par les effets de ſes effets, & toute leur ſuite répandue ſucceſſivement ſur différens eſpaces. * Cent boules égales, & à reſſort, *A*, *B*, *C*, *D*, &c. rangées ſur une ligne horizontale *HL*, ſe meuvent toutes l'une après l'autre, en vertu de la ſeule Force & du ſeul Mouvement imprimé à la premiere *A*, ſelon la di-

* Voyez la Fig. pag. ſuiv.



rection *HL*; il ne faut pas pourtant meſurer la Force appliquée à la boule *A*, par le produit de ſa vîteſſe, & des 100 maſſes miſes en mouvement à cette occaſion; parce qu'elles n'y ont été miſes que ſucceſſivement, & que ce n'eſt proprement qu'une ſeule & même boule mûe, dans l'inſtant où l'on conſidere la Force motrice, & ſa valeur. Les effets qui deviennent des cauſes à leur tour, ne ſont contenus que relativement & accidentellement dans la cauſe primitive, & leur ſomme n'exprime pas le dévelopement, ou la meſure de cette cauſe, mais la ſimple repetition, ou l'indice de ſa durée, eû égard aux cauſes contraires qui pouvoient la détruire, ou arrêter ſon action.

34. Il ſuit de là que lorſque les vîteſſes ſont égales, les impreſſions, & les eſpaces parcourus doivent toûjours être en raiſon des ſimples vîteſſes multipliées par les maſſes, quel que ſoit le rapport des maſſes, & par conſequent des Forces des Mobiles. C'eſt que dans ce cas la ſuperiorité de Force du Mobile *A*, par exemple, ne le fait pas paſſer plus vîte ſur les obſtacles qui lui ſont proportionnels, qu'il ne fait paſſer le Mobile *B* ſur des obſtacles ſemblables; ainſi il ne ſe meut ni plus ni moins de tems que le Mobile *B*.

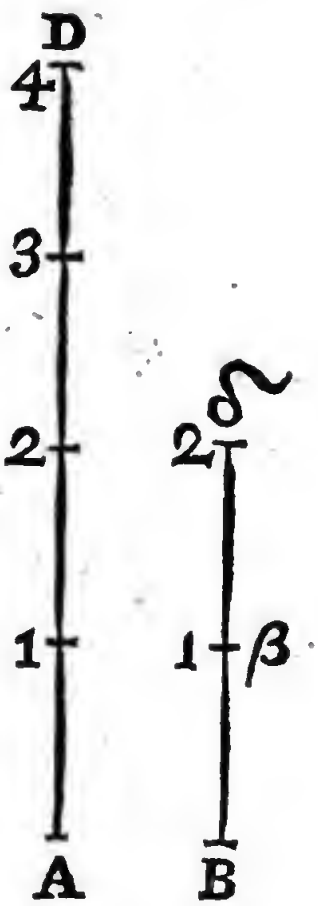
La

La Force ſuperieure en vertu de la maſſe fait en tems égaux, les mêmes effets que la Force ſuperieure en vertu de la vîteſſe, mais elle ceſſe d'agir tandis que l'autre agit encore. Auſſi le corps *A* de 100 de maſſe ne monte pas davantage avec un degré de vîteſſe, que le corps *B* avec 1 de maſſe, & 1 degré de vîteſſe; parce qu'il ne monte pas ou ne doit pas monter plus long tems. Il ne doit pas monter plus long-tems, parce qu'il fait à chaque inſtant les mêmes pertes de vîteſſe que le corps *B* avec de plus grandes pertes de Force, & il fait à chaque inſtant de plus grandes pertes de Force, parce qu'elles ſont proportionnelles à ſa maſſe, comme on ſait que le ſont toûjours les impulſions de la Peſanteur.

35. Lorſque la Force d'un corps eſt ſuppoſée plus grande, ſans que ſa vîteſſe le ſoit en même raiſon, qui eſt le cas d'une plus grande maſſe, & qui ſeroit celui des *Forces Vives*, s'il étoit poſſible qu'en des Mobiles égaux les Forces motrices euſſent d'autre rapport que celui des ſimples vîteſſes, les obſtacles ſurmontés en raiſon de la Force, ne le ſont pas ſur une plus grande longueur de chemin; cela n'appartient qu'à la vîteſſe: mais ils ſont ſurmontés en plus grand nombre, en raiſon de la Force, ſur une plus grande largeur. * Par exemple, le Mobile *A*, ſuppoſé égal au Mobile *B*, mais avec une vîteſſe double, doit remonter 4 toiſes pendant la durée de ſon action, qui eſt de 2 tems, & le Mobile *B* ne doit remonter qu'une toiſe pendant la durée de la ſienne qui n'eſt

* Voy. la Fig pag. ſuiv.

que d'un tems. Et ſi au lieu des impulſions de la Peſanteur, on met une ſuite d'obſtacles quelconques de même réſiſtance qu'elle, rangés en ligne droite ſur le chemin de ces Mobiles, le Mobile *A* en ſurmontera 4, & le Mobile *B*, en ſurmontera 1. Augmentons préſentement la maſſe du corps *B*, ſa Force ſera quadruple; ou ſi l'on veut, ſuppoſons par impoſſible, que cette Force devienne quadruple ſans rien changer à la maſſe ni à la vîteſſe précédentes. Quel ſera l'effet de cette Force quadruple? Ce ne ſera pas de faire remonter le Mobile à plus de 4 toiſes, ni plus long-tems; car nous avons vû que les eſpaces parcourus, & la durée dans les Mouvemens retardés, ſont uniquement relatifs à la vîteſſe, & la vîteſſe demeure ici la même, par hypotheſe. Ce ſera donc de faire ſurmonter un plus grand nombre d'obſtacles, ſur une plus grande largeur, ſur une double ſuite, par exemple, d'obſtacles pareils rangés ſur deux lignes droites paralleles. Et comme les tems, & la durée de ſon action ſont les mêmes, ce ſera en tout 8 obſtacles qu'il aura ſurmontés, le Mobile *B* n'en ayant ſurmonté que 1, c'eſt-à-dire, en raiſon du Cube de la vîteſſe. Ainſi l'on voit que la Force quadruple à cet égard, ſoit



ſoit qu'elle vienne d'une maſſe double, ou, par impoſſible, de l'hypotheſe des *Forces Vives*, produiroit les mêmes effets, le même nombre d'obſtacles ſurmontés. Mais dira-t-on, quel ſera l'effet de cette Force doublée ſans augmentation de maſſe ni de vîteſſe, ſi l'on n'a égard qu'aux eſpaces parcourus, & aux impulſions de la Peſanteur, ou, ce qui revient au même, ſi l'on ne ſuppoſe qu'une ſeule ſuite d'obſtacles rangés ſur une droite? Je reponds qu'il ſera nul, & qu'il le doit être, parce qu'il naît d'une ſuppoſition impoſſible, & purement imaginaire. La Force en raiſon des ſimples vîteſſes étant une cauſe pleine & ſuffiſante de tous les effets du Mouvement, & du choc des corps, tout autre valeur qu'on lui aſſignera en mêmes circonſtances, doit être contradictoire; & une Force qui augmente ſans que la maſſe ni la vîteſſe du Mobile où elle reſide, changent de quantité, eſt un effet ſans cauſe, qui doit devenir à ſon tour une cauſe ſans effet.

VIII.

Nouvelles Réflexions ſur le Mouvement en général.

36. De toute cette Théorie nous tirerons encore deux Obſervations ſur le Mouvement en général, qui ne ſeront pas infructueuſes. L'une, que le Mouvement proprement dit, & indépendamment de toute vûe particuliere, ne renferme que l'idée de la vîteſſe, ou, ce qui eſt la même choſe, de l'eſpace parcouru en

en un certain tems. Car on n'entend par le Mouvement en général, qu'un changement continuel de distance entre le Mobile, ou un point simplement, & les autres corps, ou un autre point quelconque, que l'on considere comme en repos. Or la distance n'en est ni plus ni moins changeante, soit qu'on la considere entre des corps qui ont 100 de masse, ou 1 de masse, comme 100 de voulume ou 1 de volume, ce sont des modifications particulieres à l'idée du Mobile, & non à celle de son Mouvement; il n'y a que la vîtesse qui influe sur lui. Ainsi, faisant abstraction de toute autre vûe, il y a d'autant plus de Mouvement, qu'il y a plus de vîtesse dans le corps auquel on en attache l'idée.

37. L'autre Observation, c'est que l'idée du Mouvement proprement dit ne renferme que l'uniformité. Tout Mouvement par lui-même doit être uniforme, comme il doit se faire en ligne droite; l'accélération ou le retardement sont des limitations étrangeres à sa nature, comme la Courbe qu'on lui feroit décrire l'est à sa direction propre. L'accélération ou le retardement se mêlent à chaque instant au Mouvement proprement dit, & en interrompent l'uniformité par une Force étrangere à celle qui le produit, comme les directions obliques étrangeres le retirent à chaque instant de la ligne droite. Si la Force étrangere, qui s'oppose au Mouvement d'un corps, devient égale à sa Force motrice, elle le détruit totalement, & il en résulte le repos. Le Mouvement retardé d'un corps pesant, qui monte, par exemple, tiendra donc

donc une eſpece de milieu entre le Mouvement proprement dit, & le repos, & il ſera cenſé approcher d'autant plus de l'un ou de l'autre, que la vîteſſe du Mobile ſera plus grande ou plus petite, quelle que ſoit la maſſe de ce Mobile. Or entant que ce Mouvement tient du repos, il doit périr dans un inſtant; mais entant qu'il tient du Mouvement proprement dit, il doit durer toûjours avec une même Force, & demeurer toujours uniforme. Donc le Mouvement retardé doit ſe ſoûtenir d'autant plus, approcher d'autant plus de l'uniformité, & pendant un tems d'autant plus long, avec une même Force par rapport à la perte qui s'en fait à chaque inſtant, qu'il eſt plus contraire au repos, qu'il eſt plus grand, ou (N°. 36.) qu'il réſulte d'un plus grande vîteſſe.

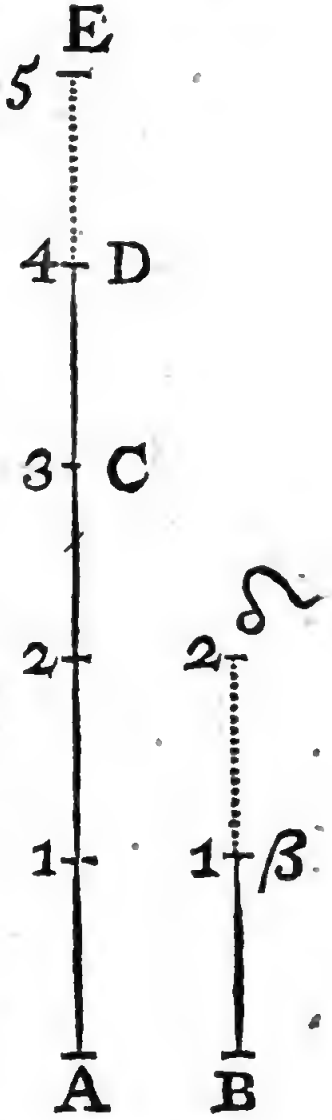
IX.

Autre Propoſition fondamentale; nouvelles réflexions ſur le Mouvement retardé & accéléré, contre les Forces Vives, *& en faveur de l'opinion commune.*

38. Ceci bien entendu, nous allons enfin demontrer, 1°. *Que ce ne ſont pas les eſpaces parcourus par le Mobile dans le Mouvement retardé, qui donnent l'Eſtimation & la meſure de la Force Motrice, mais les eſpaces* non parcourus, *& qui l'auroient été par un Mouvement uniforme dans chaque inſtant.* 2°. *Que ces eſpaces* non parcourus *ſont en raiſon des ſimples vîteſſes.* 3°. *Et partant, que les eſpaces qui répon-*

pondent à une Force Motrice retardée ou décroiſſante, entant qu'elle ſe conſume dans ſon action, ſont toujours proportionnels à cette Force, & à la viteſſe du Mobile, tant dans les Mouvemens retardés, que dans le Mouvement uniforme.

39. Pour expliquer, & démontrer cette eſpece de paradoxe, reprenons l'exemple des deux Mobiles égaux *A*, & *B*, qui remontent ſur les lignes *AD*, *Bδ*, l'un, ſavoir *A*, avec 2 degrés de vîteſſe & l'autre *B*, avec 1 degré. Nous avons vû (N°. 28.) que ſi rien ne s'oppoſoit à la Force motrice du corps *B*, c'eſt-à-dire, ſi le Mouvement étoit uniforme, *B* parcourroit au premier tems les 2 toiſes *Bδ*, ſans rien perdre de cette Force, ni du degré de vîteſſe dont elle réſulte. Mais parce que, par hypotheſe, les impulſions contraires de la Peſanteur, qui lui ſont continuellement appliquées pendant ce tems, achevent de conſumer ſa Force & ſa vîteſſe, & l'arrêtent enfin lorſqu'il eſt parvenu à la fin, *β*, de la premiere toiſe, le Mobile *B* ne parcourra qu'une toiſe dans ſon Mouvement retardé. Et je dis de même du Mobile *A*; il auroit parcouru dans le premier

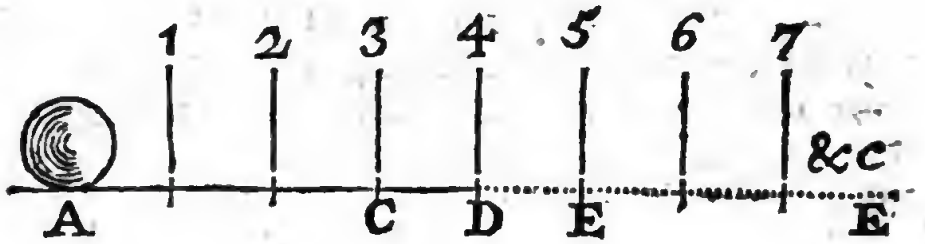


mier tems les 4 toiſes AD; mais les impulſions contraires de la Peſanteur l'ont fait, pour ainſi dire, reculer d'une toiſe DC, pendant ce tems; de ſorte qu'il n'en a parcouru réellement que 3; & ces impulſions contraires ont conſumé ou détruit en lui un degré de Force, & un degré de vîteſſe, comme elles ont fait dans le corps B, pendant un tems ſemblable. Mais parce que le corps A avoit 2 degrés de Force, & 2 degrés de vîteſſe, il lui en reſte encore 1, & il ſe trouve par là en C, & à la fin du premier tems, dans le cas où ſe trouvoit le corps B au commencement de ce premier tems. Il a donc tout ce qu'il faut pour parcourir encore 2 toiſes CE, en un ſecond tems ſemblable au premier, ſi aucune impulſion contraire ne s'y oppoſe. Mais les impulſions contraires de la Peſanteur vont s'y oppoſer, & de la même façon préciſément qu'elles ſe ſont oppoſées au Mouvement du corps B. Donc le corps A ne parcourra pendant ce 2me tems, que la toiſe CD, ayant, pour ainſi dire, reculé de l'autre toiſe, ED, en vertu du retardement, ou des impulſions contraires à ſa Force motrice; après quoi il s'arrêtera en D, ou ne montera plus, comme le corps B en β. De ſorte qu'il n'aura parcouru en tout dans les 2 tems de ſon Mouvement, que 4 toiſes. Ce ſont ces eſpaces $\beta\delta$, CD, dans le premier inſtant, & DE, dans le ſecond, & ainſi de ſuite, que j'appelle *non parcourus*. Ils ſont non parcourus, relativement à la Force motrice des corps A, & B, & à leur direction donnée de B vers δ, & de A vers E, à laquelle

quelle ſeule on fait attention; quoique, en un ſens, ils ſoient très réellement parcourus en valeur, en direction contraire, & par l'effet d'une autre Force motrice oppoſée à la premiere, qui s'y mêle, & qui la modifie continuellement, comme feroit le Mouvement contraire d'un plan ſur lequel le Mobile ſeroit porté.

40. Ce qui eſt dit ici des eſpaces non parcourus n'a pas moins lieu à l'égard de tous les autres effets du Mouvement, & du choc, comme il a été remarqué ci-deſſus (N°. 27.) par rapport aux eſpaces parcourus. Et nous dirons de même, 1°. *Que ce ne ſont pas les parties de matiere deplacées, ni les reſſorts bandés ou applatis, qui donnent l'Eſtimation & la meſure de la Force Motrice, mais les parties de matiere* non déplacées, *les reſſorts* non bandés *ou* non applatis, *& qui l'auroient été ſi la Force motrice ſe fût toûjours ſoûtenue & n'eût point ſouffert de diminution.* 2°. *Que ces parties de matiere* non déplacées *ſont en raiſon, &c.* Comme N°. 38.

41. Pour en donner un exemple, ſoient des impulſions, des obſtacles, ou des réſiſtances quelconques uniformément repetées,

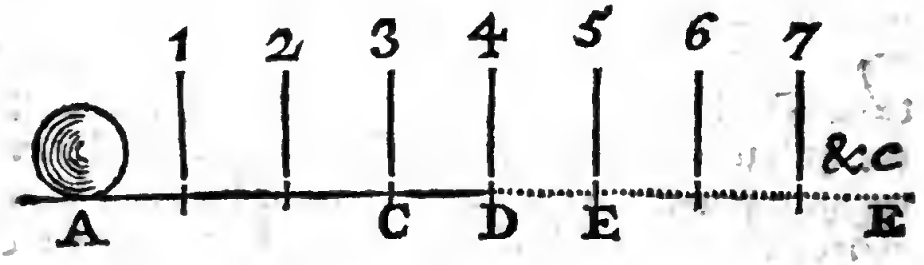


& placées ſur le chemin *AF*, du Mobile *A*, tel-

telles, par exemple, que les particules de matiere 1. 2. 3. 4. &c. ou des lames de reſſort à déplacer, à abattre, à ſoûlever, ou à bander. Il eſt évident que ſi le Mobile, avec un degré de vîteſſe & de Force, peut en ſoûlever 2 en un inſtant, par un Mouvement uniforme, c'eſt-à-dire, en conſervant ou en reprenant toûjours toute ſa Force & toute ſa vîteſſe, après avoir ſoûlevé la premiere; &. qu'au contraire, il n'en puiſſe ſoûlever qu'une par un Mouvement retardé, toute ſa Force, & toute ſa vîteſſe s'étant conſumée à ſoûlever, ou à bander la premiere; il eſt, dis-je, évident par tout ce qui a été dit ci-deſſus (No. 15. 28.) que le Mobile *A* ayant 2 degrés de Force, & autant de vîteſſe, ſoûleveroit, ou banderoit 4 de ces lames de reſſort dans un inſtant par un Mouvement uniforme. Mais il perd dans cet inſtant, & en bandant les premiers reſſorts, un degré de ſa Force, & de ſa vîteſſe; & un degré de Force & de vîteſſe perdue donne, par hypotheſe (No. 27) une lame de moins ſoûlevée, ou bandée; donc il n'en bandera que 3 au premier inſtant, ſavoir 1, 2, 3, & il s'en faudra la lame 4, & l'eſpace *C D*, qu'il ne faſſe ce qu'il auroit fait s'il n'eût rien perdu. Cependant, comme il lui reſte encore un degré de Force, & de vîteſſe, qui lui feroit ſoûlever deux lames 4, 5, & parcourir le chemin *C D E* en un ſecond inſtant, ſi ſon Mouvement demeuroit uniforme, & ſa Force conſtante; il doit continuer de ſe mouvoir, & d'agir contre les réſiſtances qui s'oppoſent à ſon Mouvement. Mais au lieu de

deux

deux, il n'en doit ſurmonter qu'une, ou ſoûlever une lame 4 *D*, à cauſe que ſon Mouvement y eſt retardé, & que ſa Force s'y trouve totalement éteinte. Ce qui fera en tout 4 portions de matiere deplacées, ou 4 reſſorts

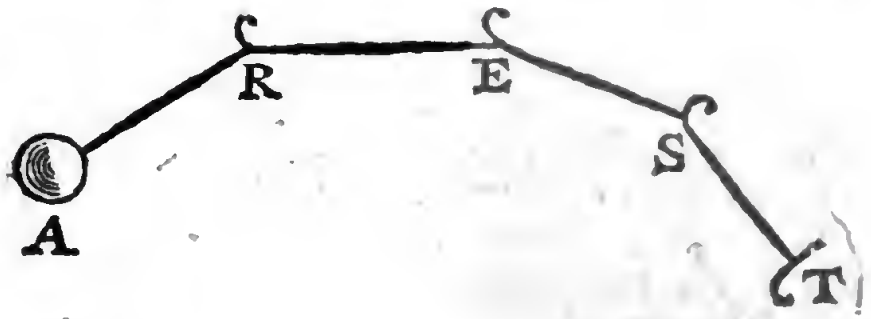


bandés, en vertu de deux degrés de Force réſultans de deux degrés de vîteſſe, & de l'action totale, qui a duré 2 inſtans; ſavoir 4 reſſorts — 1 = 3 au premier inſtant, & 2 reſſorts — 1 = 1 au ſecond inſtant. Et l'on voit bien que ce ſera toûjours la même choſe, ſi au lieu de ſuppoſer 2 degrés de vîteſſe, & 2 inſtans, on en ſuppoſe 3, 4, &c. & que le Mobile parcourra 6, ou 8 toiſes, &c. ou déplacera 6, ou 8 reſſorts, &c. par un Mouvement uniforme, & une Force conſtante, & ſeulement 6 — 1, ou 8 — 1, &c. par un Mouvement retardé, & une Force décroiſſante, dans le premier inſtant, & ainſi de ſuite. J'appellerai donc *portions de matiere non déplacées*, *reſſorts non ſoûlevés*, *non bandés*, *ou non applatis*, & en général, *obſtacles non ſurmontés*, tous ceux qui ne l'ont point été, faute d'uniformité & de perſévérance dans la Force du Mobile, ſavoir 4 *D*, dans le premier inſtant, 5 *E*, dans le ſecond, &c. quoi qu'ils puiſſent être cenſés ſurmontés par

la

la Force contraire dont les impreſſions redoublées peuvent enfin arrêter entierement le Mobile.

42. L'Obliquité des directions *A R*, *R E*, &c. du Mobile *A*, contre des reſſorts *R*, *E*,



S, *T*, &c. autrement poſés, mais de même réſiſtance en ce ſens que les précédens, ne changera rien à ce que nous venons de dire; il en réſultera toûjours mêmes effets, mêmes reſſorts bandés, même extinction de Force dans le Mobile.

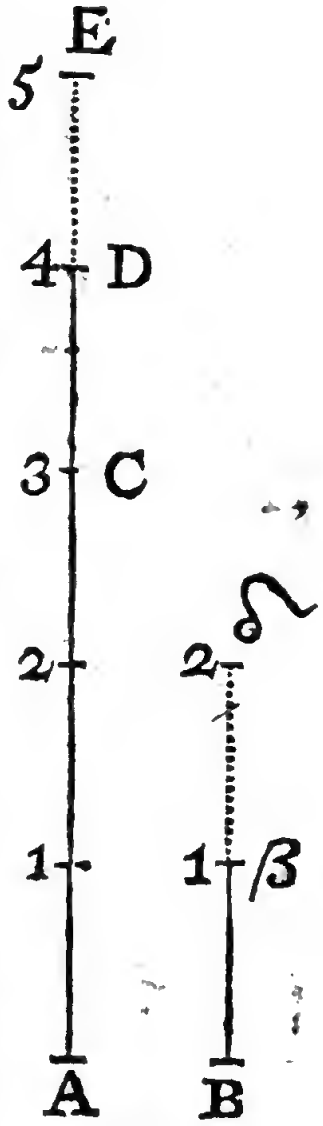
Nous nous arrêterons encore ici à ce qui regarde les eſpaces.

43. * Je dis donc 1°. *que ce ſont les eſpaces non parcourus β∂, C D, & D E, dans des inſtans égaux, qui donnent l'Eſtimation, & la véritable meſure des Forces dans les Mouvemens retardés.*

Les eſpaces non parcourus à chaque inſtant repréſentent la Force perdue & conſumée à cet inſtant, ou, ce qui revient au même, l'effort de la puiſſance contraire qui la détruit, ou qui la conſume, en s'exerçant contre elle. Mais la ſomme de toutes les Forces perdues, ou de tous les efforts contraires, eſt égale à la Force totale du Mobile. Donc, &c.

* Voy. la Fig. pag. ſuiv.

Les



Les espaces $B\beta$, AC, parcourus par le Mobile dans le premier instant, sont l'effet de la Force constante & conservée, & non de la Force retardée ou perdue. Ainsi ils ne doivent point mesurer la perte qui s'en est faite dans le tems employé à les parcourir. Cette perte, dis-je, s'est faite en les parcourant, & non à les parcourir; elle doit être répandue sur ces espaces, & sur le tems employé à les parcourir; mais elle n'a d'effet réel, elle n'apporte de changement à la Force Motrice totale, & ne la fait décroître que proportionnellement à l'espace non parcouru, ou à la valeur de l'espace non parcouru répandue ou retranchée continuellement sur les portions correspondantes d'espace parcouru. L'espace parcouru n'exprime que la repetition de la Force totale, ou de la partie qui en est conservée; espace qui seroit infini, si elle étoit toûjours conservée, quelque finie qu'elle pût être. C'est donc l'espace non parcouru $\beta\delta$, CD, DE, qui mesure sa partie perdue ou consumée, celle-là même qui fait le complément de la totale, avec celle qui s'est conservée

à

à chaque inſtant, & qui ſe ſeroit conſervée de même, ſi le Mouvement eût été uniforme, & s'il eût fait parcourir au Mobile l'eſpace qu'il ne parcourt pas, faute d'uniformité.

44. 2°. Il eſt clair que les eſpaces $\beta\delta$, CD, DE, qui ne ſont que l'unité répétée à chaque inſtant, & à chaque degré de vîteſſe perdu, ſont égaux en nombre aux inſtans, & aux degrés de vîteſſe, & par conſequent *que leur ſomme eſt égale ou proportionnelle à la ſimple vîteſſe initiale du Mouvement retardé.* Mais leur ſomme eſt égale à la Force du Mobile (N°. 43). Donc la Force eſt proportionnelle à la ſimple vîteſſe, ſoit qu'on la conſidere dans un inſtant particulier de ſon action, ſoit qu'on la conſidere dans la ſomme de tous les inſtans de ſa durée & de ſon action totale.

Cette ſeconde Propoſition acheve de mettre dans tout ſon jour ce que nous avons dit dans la premiere ci-deſſus (N°. 26.), que les Forces Motrices qui agiſſent dans le Mouvement retardé, & qui s'y conſument, ne ſont que comme les ſimples vîteſſes, quoique les obſtacles ſurmontés, les eſpaces parcourus en ſe conſumant, les impreſſions, & les applatiſſemens de matiere & de reſſorts, ſoient comme les quarrés des vîteſſes.

45. 3°. Enfin l'analogie qui doit regner entre tous les Mouvemens en général, ſoit retardés, ſoit accélérés, ou uniformes, ſe dévelope ici plus parfaitement qu'elle n'avoit jamais fait. Puiſqu'*en tout Mouvement de quelque eſpece qu'il puiſſe être, retardé, accéléré, ou uni-*

uniforme, les effets quelconques, qui répondent à la Force motrice qui ſe conſume ou qui ſe déploie, ou qui demeure conſtante, & qui la meſurent, ſont toûjours entre eux comme la Force, ou comme la vîteſſe dont elle réſulte.

Cela eſt évident par tout ce que nous venons de dire. Dans le Mouvement retardé, quand la Force décroît, quand de finie elle devient infiniment petite ou nulle, les eſpaces, les efforts, & les effets quelconques relatifs à ſon décroiſſement en un inſtant quelconque, ou dans toute ſa durée, ſont, comme nous venons de l'expliquer, toûjours proportionnels à elle-même, & à la vîteſſe dont elle réſulte, ſoit en partie, ſoit en ſomme. Dans le Mouvement accéléré, quand la Force croît, quand d'infiniment petite elle devient finie ou même infinie, dans une durée infinie, ſes accroiſſemens, qui répondent à ce qu'elle devient, & à ce qu'elle eſt à chaque inſtant, lui ſont toûjours de même proportionnels, & à la vîteſſe dont elle réſulte; en ſorte que comme elle eſt infiniment petite ou zero dans ſa naiſſance, elle n'eſt que ce que ſont ſes accroiſſemens, & elle n'a d'autre quantité ou d'autre meſure que leur ſomme; de même que la Force qui s'évanouit après avoir commencé par être finie, n'a pû avoir d'autre valeur que la ſomme de ſes décroiſſemens. A l'égard du Mouvement uniforme, comme il eſt ſuppoſé égal à lui-même à chaque inſtant, & qu'il ne périt point, il ne peut indiquer la meſure qui le produit, que par des effets, des eſpaces relatifs à une certaine partie limitée de ſon action, ou de ſa durée; & en cela il eſt encore parfai-

faitement analogue au Mouvement retardé; c'eſt-à-dire, comme nous l'avons remarqué pluſieurs fois, qu'à quelque inſtant qu'on le conſidere, la Force motrice & ſes effets, les eſpaces parcourus, &c. ſont proportionnels à la vîteſſe actuelle. Et ſi l'on le conſidere dans ſa durée infinie, & que par cet endroit on le compare au Mouvement accéléré, qu'on peut auſſi concevoir d'une durée infinie, quoi que fini dans ſes commencemens, l'analogie ſe trouvera encore parfaite. Car puiſque le premier, je veux dire, le Mouvement uniforme, doit donner dans ce cas une longueur infinie parcourue, en vertu d'une Force motrice & d'une vîteſſe finie, le ſecond doit donner une longueur plus qu'infinie, ou infinie d'un ſecond genre, & $= \infty^2$, en vertu d'une Force motrice infinie, & proportionnelle à la vîteſſe infinie dont elle réſulteroit, puiſqu'on ſait que l'accélération ne ſauroit durer infiniment, & uniformément, ſans que la vîteſſe ne devînt infinie; & l'on auroit tort d'en conclure que la Force motrice dans ce ſecond cas eſt égale à ∞^2. De ſorte que ſous quelque aſpect que l'on conſidere le Mouvement, & par quelques effets que ſe manifeſte la Force qui le produit, ſoit qu'on la meſure, & qu'on l'eſtime en total, ou par parties dans ſes dépériſſemens, & quelle qu'en ſoit la durée, on ne la trouve jamais que proportionnelle à la ſimple vîteſſe.

X.

Généralité de la Théorie précédente. De la ſimple Tendance *au Mouvement, & des* Forces Mortes.

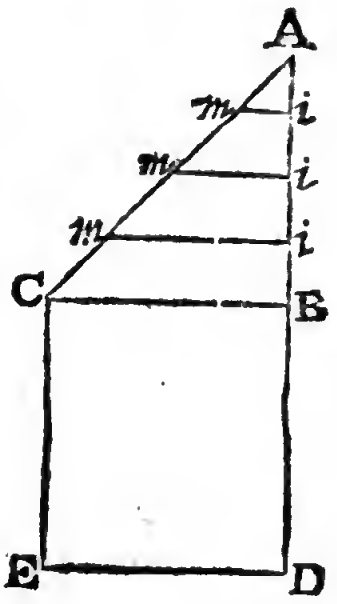
46. Voilà donc deſormais tous les Mouvemens réduits à la même loi, eû égard aux Forces Motrices dont ils réſultent, ou qu'ils expriment. Leur communication dans les corps flexibles & à reſſort ne nous fera plus imaginer une autre eſpece d'Eſtimation, ni conclure une autre valeur pour cette Force, que dans les corps inflexibles & ſans reſſort. Toute la difference ne conſiſtera qu'en ce que dans les uns la communication eſt ſucceſſive, & que dans les autres elle eſt inſtantanée. Ce qui produit cette ſucceſſion dans les uns, & cette inſtantanéité dans les autres, eſt, comme nous l'avons dit (N°. 16. & 28.) tout à fait étranger à leur Force motrice; il ne peut donc apporter de changement qu'à l'ordre de ſa diſtribution, & nullement à ſa quantité ou à ſa valeur. En un mot, la chaine de nos raiſonnemens ſur la meſure des Forces n'eſt plus interrompue, & elle nous conduit toûjours au même but dans tous les cas, ſans en excepter la ſimple *Tendance*, ou le repos, entant qu'il réſulte de l'équilibre, ou du conflict des Forces contraires.

47. Cependant il faut prendre garde, comme on l'a toûjours remarqué, & long-tems avant qu'il fût queſtion des *Forces Vives*, & des *Forces Mortes*, que le ſimple effort momen-

mentanée de la Tendance, & des Puiſſances contraires, dans l'équilibre, ne peut, en un ſens, être comparé à l'effort de la Percuſſion, & au choc des corps mous ou flexibles tels qu'ils exiſtent dans la Nature. La raiſon en eſt bien évidente par nos principes, & je ne vois pas ſur quel fondement on a tant fait valoir cette difference en faveur de l'opinion nouvelle. L'effet de la Percuſſion dans ces corps réſulte d'une vîteſſe actuellement finie, & celui de la ſimple Tendance conſiſte dans zero de vîteſſe, ou dans une vîteſſe infiniment petite; l'effet de la Percuſſion eſt produit & meſuré dans une ſuite infinie d'inſtans qui ſont un tems fini, & la ſimple Tendance eſt conçûe & meſurée dans tout inſtant indiviſible quelconque de ſa durée. Elle eſt donc à la Percuſſion comme le zero au fini, ou comme le point à la ligne.

48. Mais ſi dans la Tendance on integre une Suite infinie d'inſtans de ſa durée égale à la durée finie de la Percuſſion, la Tendance & la Percuſſion ſeront analogues. Et ſi les premiers ou les derniers termes des deux Suites, égaux entre eux, le ſont au dernier terme de celle de la Percuſſion, leurs ſommes ſeront l'une à l'autre, comme l'eſpace parcouru par un Mouvement uniforme en un tems, à l'eſpace parcouru par un Mouvement retardé ou accéléré, dont la durée auroit été le même tems. Car l'effort de la Tendance eſt conſtant, & celui de la Percuſſion croiſſant ou décroiſſant; il paſſe par zero, ou il s'y termine, ſelon qu'on le conçoit actif ou paſſif. De ſorte que ſi l'on exprí-

prime les espaces parcourus d'un Mouvement retardé ou accéléré par la somme des ordonnées *mi*, *mi*, &c. d'un triangle rectangle *ABC*, dont la base, *BC*, soit proportionnelle à la vîtesse initiale ou finale, & la perpendiculaire *AB*, à la somme des instans *i*, *i*, &c. la Percussion pourra être représentée par ce triangle, & la Tendance par un parallelogramme *BCED*, de même base, & de même hauteur. C'est ainsi à peu près qu'un homme est aussi épuisé de forces, pour avoir soûtenu un poids pendant un certain tems, que pour l'avoir transporté ou lancé bien loin.

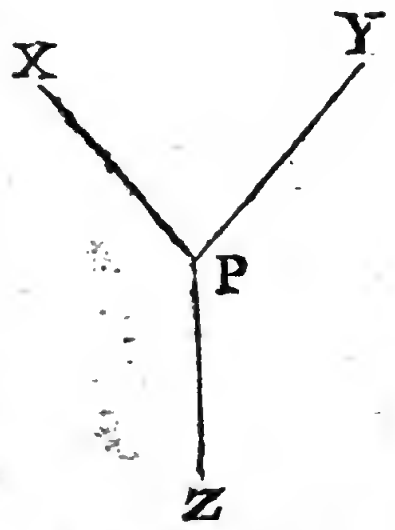


49. La Percussion sera encore comparable à la simple Tendance dans le choc des corps infiniment durs & inflexibles; parce que leur collision est instantanée. Elle le sera de même dans le choc des corps flexibles, si l'on ne la considere que dans un de ses instans, par exemple dans l'instant final; car alors, à proprement parler, on ne compare que la derniere ordonnée du triangle à une ordonnée du parallelogramme sur l'axe commun *AD*. Et c'est par là que les Formules du choc des corps élastiques, pour leurs vîtesses après le choc, sont les mêmes dans les deux hypotheses, soit des Forces comme les simples vîtes-

teſſes, ſoit des Forces comme les quarrés des vîteſſes. C'eſt ſans doute encore dans cette idée que le *P. Merſenne*, *Le Cazre*, &c. & en dernier lieu deux Auteurs fameux par leurs Experiences phyſiques ont eſſayé de meſurer la Percuſſion par la chûte d'un corps contre le bras d'une balance, à l'autre bras de laquelle eſt ſuſpendu un poids en repos; c'eſt-à-dire, par analogie avec la ſimple Peſanteur. En quoi cependant il ſeroit difficile qu'ils euſſent rien trouvé d'exact, tant à cauſe des frottemens auxquels cette Experience eſt ſujette, que parce que l'énergie du choc, ou ſon impreſſion ſur l'un des bras de la balance exigent un tems fini, pendant lequel le poids en repos de l'autre bras recevra toûjours quelque Mouvement, en raiſon inverſe de ſa maſſe, quelque grande qu'elle ſoit par rapport au corps choquant. Car la plus petite Percuſſion doit vaincre la plus grande Puiſſance finie, qui lui réſiſte ſans Mouvement local; ainſi que l'avoit très bien remarqué, & très clairement expliqué le ſavant *Borelli*, il y a plus de 50 ans, dans ſon Traité de la Percuſſion, *C.* 29. *Pr.* 90.

50. Enfin la ſimple Tendance, & le Mouvement actuel peuvent être comparés dans leurs Compoſitions & leurs Décompoſitions, comme nous l'expliquerons bientôt, & en ce que l'analogie des Forces en équilibre, ou en action, eſt la même de part & d'autre. Je veux dire, par exemple, que ſi les trois Puiſſances, X, Y, Z, tirent ou pouſſent un même point P, qu'elles tien-

nent en repos par leur équilibre, & en vertu de leurs directions XP, YP, ZP, trois Mobiles qui ſe choquent ſelon les mêmes directions, doivent avoir la même analogie de Mouvemens entre eux, que celle de ces Puiſſances, pour demeurer en repos après le choc, s'ils ſont exempts de reſſort, ou pour rejaillir avec les mêmes vîteſſes qu'avant le choc, s'ils ont du reſſort.



51. Mais comment les loix de la ſimple Tendance au Mouvement ne ſeroient-elles pas les mêmes en général, que celles du Mouvement actuel? Toute Tendance, toute *ſollicitation* au Mouvement, la Peſanteur, les Attractions magnetiques & électriques, ne ſont-elles pas l'effet, ou ne peuvent-elles pas tout au moins être conçûes comme l'effet de quelque Mouvement? Je dis plus, *l'Inertie* de la matiere, quelle qu'en ſoit la cauſe, cette réſiſtance, plus ou moins grande, qu'elle apporte à être tirée du repos, & à recevoir un Mouvement fini, en raiſon de ſa maſſe, ne peut-elle pas à la rigueur être conçûe comme l'effet de quelque Mouvement? Du moins, & inconteſtablement doit-elle être conçûe comme une Force actuelle, qui agit par quelque Méchaniſme qui nous eſt caché. Mais ſi c'eſt une Force, la *Maſſe*, dans le ſens que nous l'employons en parlant du

du Mouvement, & de ſa quantité, eſt elle-même une veritable Force, ou tient lieu d'une veritable Force. Car quand je dis qu'on a d'autant plus de peine à tirer un corps du repos, & à le faire mouvoir avec une certaine vîteſſe, qu'il a plus de Maſſe; quand j'ajoûte que les poids des corps ſont comme leurs Maſſes, que leurs Forces ſont encore comme ces mêmes Maſſes multipliées par la vîteſſe, & toutes les autres propoſitions ſemblables, ou je n'attache aucune idée à ce que je dis, & au mot de Maſſe, ou j'y attache l'idée d'une Force capable de modifier celle qui eſt exterieurement appliquée au corps, pour le mouvoir, ou pour l'arrêter. Sans cela la Maſſe ne ſeroit pas plus capable de s'oppoſer à l'action de la Force exterieure, ou de concourir avec elle pour en augmenter l'effet, que le volume, ou la couleur, ou telle autre dénomination accidentelle des corps. En un mot, une Force ne peut être augmentée, modifiée, ou détruite, que par une autre Force, par un Etre ſemblable & de même nature qu'elle.

52. Cela poſé, il eſt clair que ce que nous appellons communément la Force d'un corps en Mouvement, n'eſt pas une quantité ſimple ou linéaire, mais un veritable produit de deux facteurs analogues, un rectangle de deux Forces, ſavoir, celle que nous exprimons par le mot de Maſſe, & que nous imaginons comme intrinſeque au Mobile, & celle que nous appellons plus particulierement Force & qui eſt cenſée lui venir du dehors par le choc, & en vertu de quelque tranſport actuel

& visible, eû égard aux corps qui l'environnent. Sur ce pied-là, la simple Tendance, la Pesanteur, la Pression, & la *Force Morte*, toûjours relatives, ou à la seule Masse, ou au seul effort momentanée de quelque choc invisible qui agit constamment, & qui est répété à chaque instant, seront encore au Mouvement local, & à la Percussion d'une durée finie, comme le zero ou l'infiniment petit au fini, ou comme la ligne à son produit par une autre ligne, ou à la surface. Sans préjudice à la comparaison qu'on en peut toûjours faire en un autre sens, savoir, en ne les considerant que dans quelque instant commun & indivisible, comme dans le choc des corps infiniment durs. Ainsi que nous l'avons expliqué dans les Articles précédens.

53. On voit par là jusqu'où la distinction des Forces, en *Forces Mortes*, & en *Forces Vives*, pourroit être utile, si l'on n'avoit attaché à ces dernieres une idée de quantité tout à fait differente de celle que nous avons demontré devoir être assignée à toute Force Motrice. Mais après les disputes qu'il y a eû sur cette matiere, & la contrarieté de sentimens qui les ont fait naître, ce seroit abuser des termes que de se servir de celui de *Forces Vives*, pour ne dire que ce qu'on a fort bien dit jusqu'ici sans cela, & pour exprimer toute autre chose que ce que lui ont fait signifier ceux qui en sont les Inventeurs. Ce seroit laisser croire qu'il ne s'agit dans toute cette dispute que d'une Question de Nom, tandis qu'elle roule sur la chose même, & nous contenter d'une conciliation ap-

pa-

parente, au lieu de la conciliation réelle que nous y avons cherchée inutilement, & qu'en effet nous n'y saurions trouver.

XI.

De la Décomposition *des Forces, & des vitesses.*

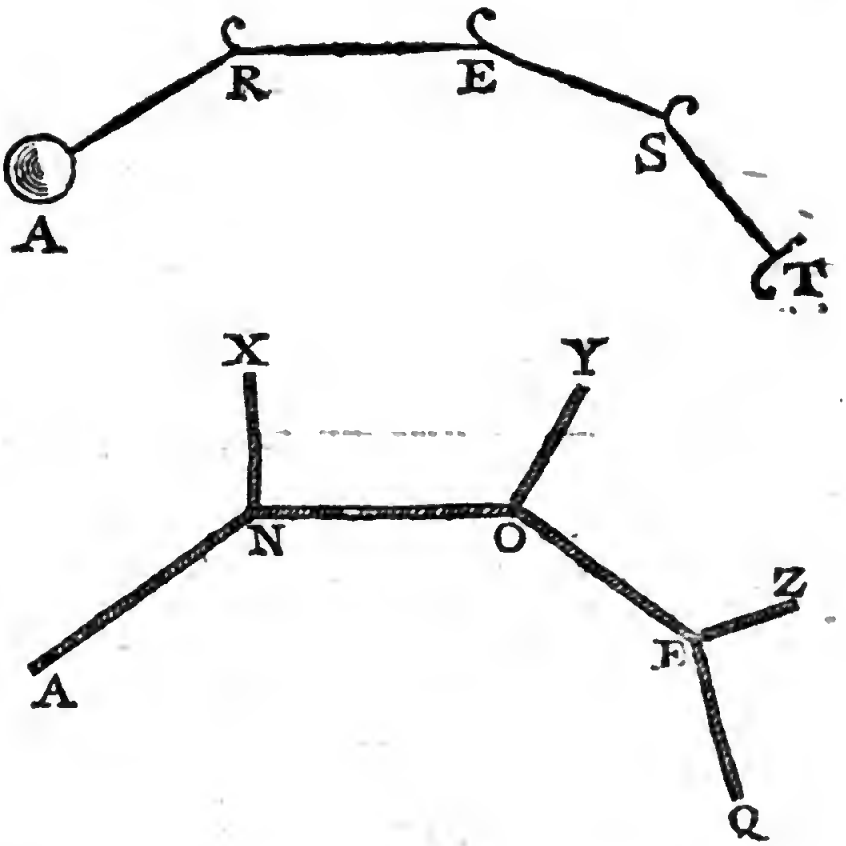
54. On a prétendu encore tirer grand avantage pour les Forces Vives, de la Décomposition des Forces & du Mouvement dans le choc oblique des corps; parce qu'en effet, & en général, la somme des Décompositions se trouve plus grande, & souvent comme le quarré de la Force primitive décomposée, ou de la vîtesse. C'est un point de recherche, qui peut sans doute avoir ses difficultés, & qui par lui-même est très digne de l'attention des Savans; mais on va voir, par le peu que nous en dirons ici, qu'il n'influe en rien contre l'Estimation ordinaire des Forces & du Mouvement.

55. Premierement, on sait que la Composition ou le produit de plusieurs Facteurs differe en quantité de leur somme, ou de la simple Addition: ainsi les nombres 1, 2, 3, 4, en qualité de Facteurs produisent 24, & leur somme n'est que 10, tandis que 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, en qualité de Facteurs ne produisent que $\frac{1}{24}$, & que leur somme est $\frac{70}{24}$. Où est donc la contradiction, qu'une Force quelconque étant considerée dans le Mouvement total du corps où elle réside, comme produit, ne soit pas la même que ce qu'on la trouve dans la som-

me de ſes Facteurs, quand elle vient à être décompoſée?

56. Secondement, la Compoſition & la Décompoſition des Forces qu'on appelle *Mortes* ou des ſimples Tendances, ne differe point en cela de la Compoſition & de la Décompoſition du Mouvement actuel, comme nous l'avons déja remarqué dans l'Article des *Forces Mortes* (N°. 50). Cette conſideration eſt une des premieres qui m'a fait ſuſpendre mon jugement ſur les *Forces Vives*, malgré les ſavans hommes que je voyois ſe declarer pour elles; & il en a été fait mention dans l'Hiſtoire de l'Académie de 1721 *. Je remarquai dès-lors qu'il en étoit de même de pluſieurs points ou nœuds d'une corde tirés à la fois par pluſieurs Puiſſances auxquelles une ſeule fait équilibre, que de pluſieurs reſſorts bandés ſucceſſivement par un ſeul Mobile. Car ſoit la corde $ANOEQ$ tirée par 5 Puiſſances en équilibre, A, X, Y, Z, Q, par les points ou nœuds N, O, E. Il eſt évident que chacune de ces Puiſſances en particulier ſoûtient l'effort de toutes les autres, quelles que ſoient leurs valeurs, & leur ſomme. Ainſi par le moyen des directions ſelon leſquelles on les fait agir, il eſt poſſible, & par des Regles très connues, de trouver une de ces Puiſſances, A, par exemple, qui vaille 2, & qui faſſe équilibre aux 4 autres, X, Y, Z, Q, dont la valeur en particulier ſoit 1, & la ſomme 4. Ce qui revient au Cas des 4 reſſorts ci-deſſus (N°. 42) que le

* Pag. 102, & ſuiv.



le Mobile *A* bande ſucceſſivement par un Mouvement oblique, ſurmontant par là avec 2 degrés de Force ou de vîteſſe 4 obſtacles, *R*, *E*, *S*, *T*, qui pourroient chacun en particulier conſumer toute la Force d'un Mobile de même maſſe, qui n'en auroit qu'un degré. Car la corde tendue, ou ſes parties, *AN*, *NO*, *OE*, *EQ*, doivent avoir les mêmes directions entre elles, ou faire les mêmes angles que les chemins que ſuit le Mobile *A*, pour bander les reſſorts, *R*, *E*, *S*, *T*; & les directions *NX*, *OY*, *EZ*, *EQ*, des puiſſances, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, par rapport aux portions de la corde, *NO*, *OE*, *EQ*, *EZ* auxquelles elles ſont perpendiculaires, ré-

pondent encore à la direction ſelon laquelle ſe doit meſurer l'effort du Mobile A, contre les reſſorts, R, E, S, T. Donc on n'eſt pas plus fondé à conclure que le Mobile A avoit 4 degrés de Force, de ce qu'il a bandé ces 4 reſſorts, qu'à dire que la Puiſſance A a 4 degrés de Force, de ce qu'elle fait équilibre à 4 autres Puiſſances dont la ſomme vaut 4 degrés de Force. Et il ne faut pas objecter que la puiſſance A ne fait proprement équilibre qu'à deux, X, O, ou plutôt aux trois X, Y, E, les deux dernieres des trois, Y, E, réuniſſant leur effort au point O, comme les deux dernieres des quatre, Z, Q, réuniſſent le leur au point E; car je répondrai auſſi que dans chaque inſtant du choc, & du bandement des reſſorts, le Mobile A ne fait que des efforts proportionels à ſa Force & à ſa viteſſe actuelles, & que les trois premiers R, E, S, étant bandés au premier tems de la durée de ſon action, le dernier ne l'eſt qu'au ſecond tems, ainſi qu'il a été expliqué dans cet endroit du Memoire.

57. J'avoue cependant que pour bien entrer dans l'eſprit des *Forces Vives*, il faudra remarquer ici une difference, qui eſt, que dans le cas du Mouvement actuel, & des 4 reſſorts, la valeur 1, de la Force de chaque reſſort, ou de chacun des obſtacles ſurmontés, doit être conſiderée comme un quarré, ou 1^2. Au lieu que dans le cas de la ſimple Tendance, ce n'eſt que 1 linéaire pour chacune des puiſſances X, Y, Z, &c. D'où il arrive, comme nous le dirons plus bas, que d'autres valeurs aſſignées à la puiſſance A, don-

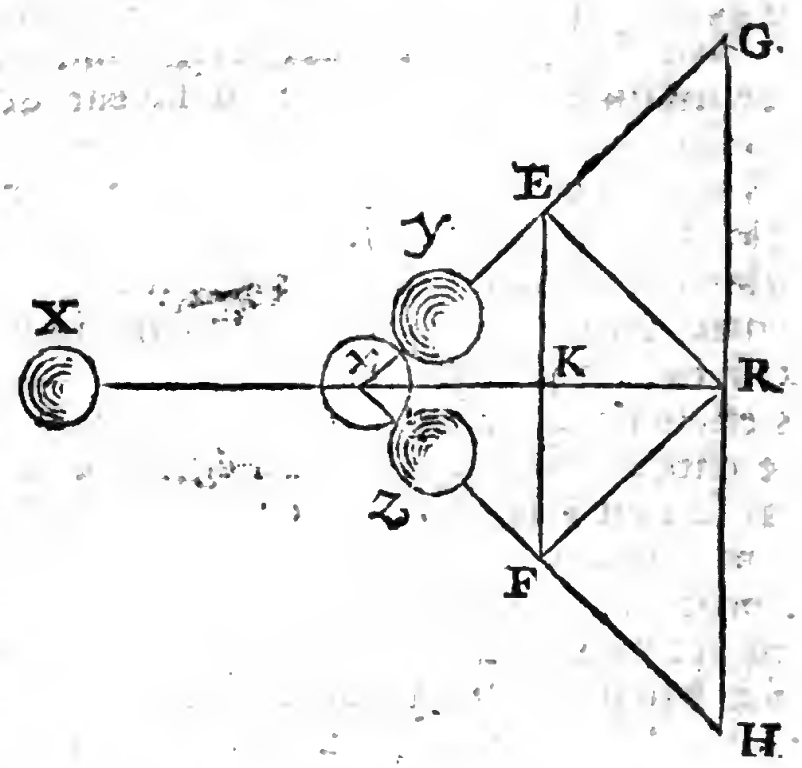
donneroient la ſomme des X, Y, Z, &c. en raiſon double ſimplement avec elle, & non pas comme ſon quarré. Mais cette difference ne nous importe en rien pour la conſequence que nous avons prétendu tirer de la comparaiſon des deux cas. Il ſuffit que les Décompoſitions quelconques d'une Force la ſurpaſſent, & donnent une ſomme plus grande que leur produit conſideré dans la Force même, dans un cas où inconteſtablement les *Forces Vives* n'ont point lieu, pour infirmer tout ce qu'on en veut déduire en faveur des *Forces Vives*.

58. Troiſiemement, la circonſtance des tems ſe mêle encore ici, & fournit le dénouement des principales difficultés qui s'y rencontrent. Elle entre viſiblement dans les Décompoſitions ſucceſſives, ou plutôt ces Décompoſitions, & les effets du choc ne ſont qu'une ſeule & même choſe (N°. 42). Et à l'égard de celles qui ſe font à la fois, ou en un tems infiniment petit, en vertu d'un reſſort infiniment prompt, la diſtinction des tems y entre encore par rapport au centre commun de Gravité des Mobiles, & au tranſport de matiere qui en réſulte de même part. * Car ſuppoſons la boule X, qui ſoit un reſſort parfait, mûe ſelon la direction XR, avec une viteſſe qui lui faſſe parcourir en une ſeconde de tems le chemin xR, ou la Diagonale d'un parallelogramme $xERF$. Suppoſons de plus que la boule X étant parvenue en x, y rencontre deux autres boules ſemblables, y, z, ſelon les directions xE, xF, des côtés du parallelogramme, qui comprennent l'angle ExF.

* Voy. la Fig. page ſuiv.

Pour

Pour plus de ſimplicité, imaginons que cet angle eſt droit, & que le parallelogramme $xERF$ ſe réduit à un quarré. On ſait qu'en ce cas la boule X s'arrêtera en x, & que ſon Mouvement xR ſe trouvera décompoſé en ces deux-ci xE, xF, tels que chacune des boules y, z, parviendra en une ſeconde de tems à l'extremité E, ou F, du côté du parallelogramme, c'eſt-à-dire, à la ligne EGF,

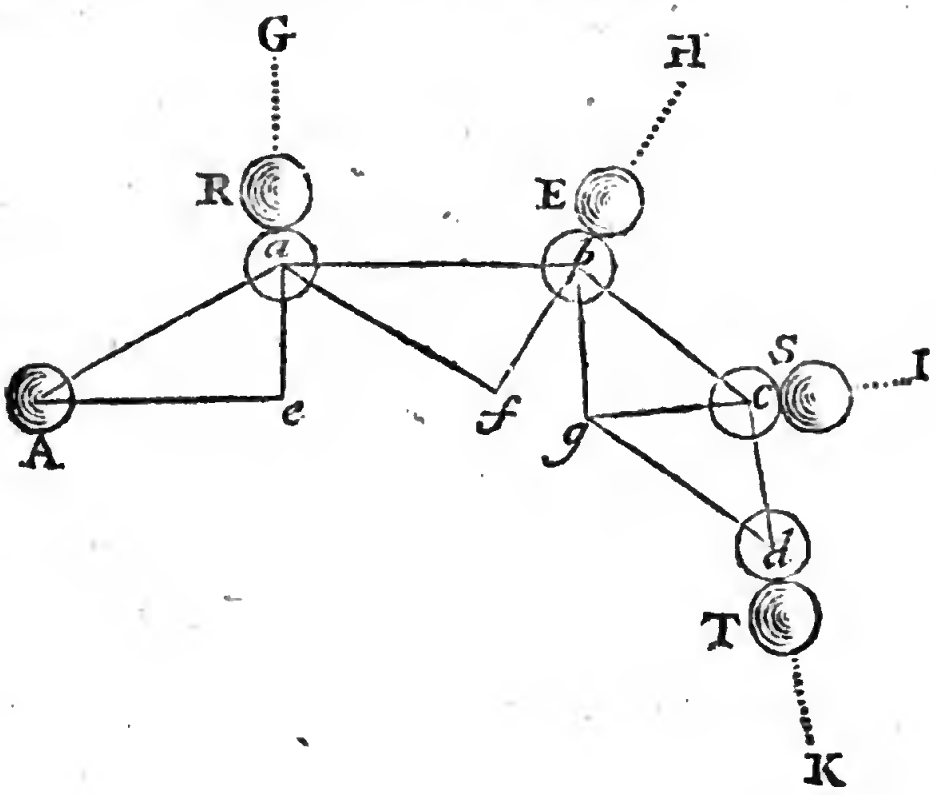


par rapport au tranſport de x vers R, ou à la direction primitive; ce qui donne leur centre commun en K. Mais dans un tems ſemblable la boule X ſeroit parvenue en R, & auroit fait le chemin $xR = 2xK$, ou, ce qui eſt la même choſe, il faudroit deux ſecondes de tems aux boules y, z, pour faire un pareil chemin vers GRH. Donc la loi des Mou-

Mouvemens ſimples eſt encore ici gardée à cet égard, & il faut deux fois autant de tems à une même Force primitive pour tranſporter de même part deux maſſes égales, que pour en tranſporter une ſeule.

59. Enfin je prends garde que ce ne ſont pas ſeulement les Forces, qui dans leur Décompoſition ſe trouvent faire une ſomme plus grande que la primitive, & quelquefois en raiſon du quarré des vîteſſes: les vîteſſes elles-mêmes ſont dans ce cas. Car je puis, faiſant abſtraction de tout autre objet, imaginer que la vîteſſe primitive exprimée par xR, eſt décompoſée en ces deux, xE, xF, qui expriment celles des boules y, z, & dire par conſequent, que la vîteſſe avant le choc étant comme xR, ou $\sqrt{xR^2}$ ou $\sqrt{1} = 1$, eſt devenue après le choc comme $xE + xF$, ou $2\sqrt{\frac{xR^2}{2}}$, ou $2\sqrt{\frac{1}{2}} > 1$. De même ſi dans l'Article ou N°. 42. & à la place des 4 reſſorts R, E, S, T, & dans les mêmes circonſtances (*Voy. Fig. ci deſſus p.* 61.) je mets * 4 boules, R, E, S, T, égales à la boule A qui les vient frapper en a, b, c, d, ſous des directions Aa, ab, bc, cd, telles que la meſure du choc ae, bf, cg, cd, ſoit toûjours égale à $\frac{1}{2} Aa$, elles iront toutes quatre après le choc avec 1 degré de vîteſſe chacune, exprimé par les chemins $RG = ae = \frac{1}{2} Aa$, $EH = bf = ae$, $SI = cg = bf$, & $TK = cd = g$. Faudra-t-il conclure de là qu'il y avoit dans la Nature 4 degrés de vîteſſe avant le choc, qu'ils étoient cachés dans la vîteſſe de la boule

* Voy. la Fig. pag. ſuiv.



boule *A*, & qu'ils n'ont fait que ſe developer & ſe manifeſter par le choc? Non ſans doute; car la boule *A* unique ſujet du Mouvement avant le choc, n'avoit par hypotheſe, que 2 degrés de vîteſſe. Je vois bien qu'on dira que ce ne ſont point 4 degrés de vîteſſe après le choc, mais ſeulement 4 vîteſſes en des maſſes différentes. Mais je réponds de même, que les Forces décompoſées après le choc, ne ſont pas 4 degrés de Force, comme c'en étoit 2 avant le choc, mais 4 Forces priſes ſéparément, & qui réſident en 4 maſſes différentes. Et ſi l'on inſiſte ſur ce que la vîteſſe n'eſt à proprement parler, que l'effet ou l'indice de la Force, ou ſi l'on veut, la Force elle-même vûe ſous un aſpect différent; je demande pourquoi cet effet, cet indice

dice de la Force, ou la Force elle-même exprimée par la vîteſſe, ne ſe trouve-t-elle primitivement que comme la racine de ſes Décompoſitions en même genre, elle qu'on veut qui ſoit comme le quarré, ou comme ces Décompoſitions, quand on la conſidere ſous un autre aſpect, & plus particulierement comme Force? Mais ce qui leve entierement la difficulté, & dont nous avons déja touché quelque choſe (N°. 57.) en parlant des ſimples Tendances, c'eſt que la vîteſſe *Aa*, par exemple, ne donne dans ſes Décompoſitions *RG*, *EH*, &c. une ſomme égale à ſon quarré, que dans le cas où l'hypothenuſe *Aa*, du triangle *Aea*, eſt double de la perpendiculaire *ae*, & où ce rapport eſt exprimé par les nombres 2 & 1, à cauſe de la proprieté accidentelle du nombre 2, dont le double 4 eſt égal à ſon quarré, & de celle de l'unité, qui eſt toûjours 1 à toutes ſes puiſſances. Car ſi l'on prend, par exemple, 1 & $\frac{1}{2}$, 4 & 2 à leur place, on trouvera que les vîteſſes décompoſées font une ſomme double, par rapport à la primitive. D'où il eſt clair, que l'expreſſion des Forces & des vîteſſes dans ce cas, entant que ramenée en preuve pour les *Forces Vives*, n'eſt pas identique, & que cependant la comparaiſon que nous venons d'en faire, n'en eſt pas moins juſte par rapport à notre but. Puiſque s'il faut conclure qu'une Force étoit primitivement comme le quarré de ſa vîteſſe, de ce que la ſomme de ſes Décompoſitions en des tems quelconques, eſt proportionnelle à ce quarré, il n'en faudra pas moins dire, dans un cas tout ſemblable, que la vîteſſe primitive, qui, par hypotheſe, a une certaine valeur, doit pourtant

être

être mesurée par une valeur double, à cause que ses décompositions la donnent telle. Ce qui est également absurde.

XII.

Conclusion, & Recapitulation de cet ouvrage.

60. Il résulte donc de toutes nos remarques, que la Force Motrice des corps n'est jamais en elle-même, ni dans ses effets en général, que proportionnelle à la simple vîtesse; c'est-à-dire, aux espaces parcourus divisés par le tems, commune mesure de l'action de toute Force Motrice, & de sa quantité. * Et que si quelques-uns de ses effets, tels que les espaces parcourus dans le Mouvement accéléré ou retardé, les parties de matiere déplacées, ou les ressorts applatis par le choc & la collision mutuelle des corps, paroissent la donner † comme les quarrés de la vîtesse, ce n'est que parce que dans tous ces cas, la Force qui agit à chaque tems en raison de la vîtesse actuelle, selon la Loi générale des Mouvemens, agit aussi d'autant plus de tems qu'elle est plus grande, selon la Loi particuliere des Mouvemens retardés (N°. 26). Ainsi les effets d'une Force double par rapport à une autre, ne sont jamais quadruples, que parce que la durée de son action, dans la production de ses effets, est double par rapport à la durée de l'action de cette autre; (N°. 28. 29.) Et la durée de son action n'est double, que parce que le Mobile séjourne la moitié moins de tems sur chacun des obstacles semblables qui lui resistent; (N°.

* N°. 3. 7. 14. 17. 22. &c. 46. † N°. 11. 12. 13.

(N°. 30.) & cela encore par le principe, que toute réſiſtance diminue d'autant moins la Force qui s'exerce contre elle, qu'elle lui eſt appliquée moins de tems. (N°. 32.) Car toute Force, & tout Mouvement, conſiderés ſeuls & en eux-mêmes, devroient durer toûjours, & produire par là des effets ſans fin, un eſpace parcouru infini; (N°. 33.) c'eſt leur nature. Il faut donc des impulſions ou des Forces contraires pour les détruire, & ils doivent durer d'autant plus, ou être détruits d'autant plus tard par ces Forces contraires, qu'ils ſont plus grands par rapport à elles, & plus loin en ce ſens du terme oppoſé, *l'Inertie*, (N°. 37.) & le repos; ce qui n'eſt pas moins encore de leur nature. Les effets quadruples en un tems double ne font donc qu'indiquer & manifeſter une Force double, & il faudroit qu'ils fuſſent octuples, ou comme le cube de la vîteſſe, pour indiquer une Force quadruple, ou comme le quarré de la vîteſſe. (N°. 35.) C'eſt-là la Loi & la veritable meſure des Forces, tirée de leurs effets mêmes, entant qu'elles ſe ſoûtiennent, & qu'elles perſeverent dans leur action. Leur meſure entant qu'elles s'y conſument, & qu'elles périſſent, ne nous en donnera pas une évaluation differente. (N°. 36. 38. 40.) La ſomme des eſpaces non parcourus, des parties de matiere non déplacées, des reſſorts non bandés, & qui l'auroient été ſi la Force n'eût point diminué & péri, en un mot tous les effets analogues à ſes pertes, à ſes valeurs négatives & ſucceſſivement retranchées, & par conſequent proportionnels à elle-même, le ſont à la ſimple vîteſſe. (N°. 43.44.45.) Quant à la diſtinction des *Forces Mortes* & des *Forces Vives*,

Vives, ou, ſelon nous, de la ſimple Tendance, & du Mouvement actuel, nous avons montré juſqu'où elle étoit recevable; (N°. 47. 52. 53.) en quoi ces deux ſortes de Forces bien entendues differoient entre elles, & en quoi elles étoient de même genre, ſans qu'on en pût rien conclure de favorable à l'opinion nouvelle. (N°. 48. 49. 50. 51.) Enfin la Décompoſition des Forces & des Mouvemens, qui garde toûjours la même analogie, & les mêmes rapports que la Décompoſition des ſimples Tendances, & des vîteſſes, (N°. 54. &c. 59.) ne nous permet plus de douter que la Nature ne ſoit parfaitement uniforme ſur cet article, comme elle l'eſt preſque toûjours dans la partie eſſentielle de ſes Phénomenes.

MEMOIRE

Sur la teinture & la diſſolution de pluſieurs eſpeces de Pierres.

Par M. DU FAY. *

ON ne ſauroit s'empêcher d'admirer ces figures ſingulieres que le hazard fait rencontrer quelquefois dans les Pierres de diverſes couleurs, telles que ſont les Agathes, les Jaſpes & les Marbres. Le prix, que la curioſité à mis à ces jeux de la Nature, a excité bien des gens à chercher les moyens de les imi-

* 7 Avril 1728.

imiter : heureuſement, tout ſert en Phyſique, & ce qui n'eſt fait que pour tromper les uns, peut ſouvent éclairer les autres, & leur fournir des moyens de pénétrer plus avant dans les myſteres de la Nature. Les Pierres de Florence qui repréſentent des ruïnes, des payſages, des arbres, ſont entre les mains de tout le monde; les Agathes appellées *Dendrites*, & ſur leſquelles on voit des eſpeces de buiſſons & de vegetations, ſont très connues, & l'on peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1717, les conjectures de M. de la Faye ſur la maniere dont elles ſont formées. Toutes ces Pierres ſont naturelles; l'Art n'a pu juſqu'à préſent parvenir à les imiter : mais il n'en eſt pas de même de toutes les autres Agathes & Pierres figurées qui repréſentent des animaux, des fleurs, des deſſeins reguliers, des veines bizarres ; on les imite ſi aiſément, que la plûpart de celles dont la ſingularité nous étonne, ne ſont que le fruit d'un travail très court & très facile.

J'ai tâché de raſſembler dans ce Mémoire les moyens de faire pénétrer dans l'Agathe, dans le Marbre, & dans pluſieurs autres Pierres dures, différentes eſpeces de couleurs.

J'ai joint aux procédés déja connus de quelques particuliers, mais qui en font myſtere, ceux que mon travail m'a pu faire découvrir. Et comme mon deſſein n'eſt pas de fournir les moyens de tromper, j'ajoûterai ceux qui peuvent faire reconnoître l'Art, & diſtinguer ſes ouvrages d'avec ceux de la ſeule Nature. Je commencerai par la maniere de colorer les Pierres dures, je paſſerai enſuite

ſuite à celle de faire pénétrer diverſes couleurs dans le Marbre; & je finirai par une opération qui a quelque rapport à ces deux-là, puiſque c'eſt une eſpece de preſtige, ou l'exécution très facile d'un ouvrage qui paroît du premier coup d'œil, d'une longueur & d'une difficulté infinie.

J'appelle Pierres dures, celles qui réſiſtent aux plus violens acides, telles que ſont preſque toutes les Pierres précieuſes, les Agathes, les Jaſpes, le Cryſtal de Roche, les Jades, le Porphyre, les Granits, le Serpentin, les Dendrites Orientales & de Catalogne, la Cornaline, & pluſieurs autres. Ces Pierres ne ſe diſſolvent dans aucun des acides qui ſont connus, & en uſage; cependant ces mêmes acides chargés de parties métalliques en pénétrent pluſieurs, & les teignent aſſés profondément.

Les Agathes & les Jaſpes de toute eſpece ſe peuvent facilement teindre: mais celles de ces Pierres qui ſont veinées naturellement, ſont par cette même raiſon, compoſées de tant de parties heterogenes, que la couleur ne ſauroit prendre uniformément; ainſi on ne peut y faire que des taches pour perfectionner la régularité de celles qui s'y rencontrent, mais non pas leur faire changer entierement de couleur comme on fait à l'Agathe blanchâtre nommée Calcédoine. Si l'on met ſur un morceau de cette Agathe de la diſſolution d'argent dans l'eſprit de nitre, & qu'on l'expoſe au ſoleil, on la trouvera teinte au bout de quelques heures d'une couleur brune tirant ſur le rouge; ſi l'on y remet de nouvelle

velle diſſolution, elle deviendra plus foncée & pénétrera plus avant, & même entierement, ſi l'Agathe n'a qu'environ deux lignes d'épaiſſeur & qu'on mette de la diſſolution des deux côtés. Cette teinture n'agit pas uniformément; il y a dans cette ſorte d'Agathe, & dans la plûpart des autres Pierres dures, des veines preſque imperceptibles qui en ſont plus facilement pénétrées que le reſte, en ſorte qu'elles deviennent plus foncées & forment de très agréables varietés qu'on ne voyoit point auparavant.

Si l'on joint à la diſſolution d'argent, le quart de ſon poids, ou environ, de ſuye & de tartre rouge mêlés enſemble, la couleur ſera brune tirant ſur le gris.

Au lieu de ſuye & de tartre, ſi on met la même quantité d'Alun de Pluine, la couleur ſera d'un violet foncé tirant ſur le noir.

La diſſolution d'or ne donne à l'Agathe qu'une legere couleur brune qui pénétre très peu; celle de Biſmuth la teint d'une couleur qui paroît blanchâtre & opaque lorſque la lumiere frappe deſſus, & brune lorſqu'on la regarde à travers le jour; les autres diſſolutions de metaux, ou de mineraux, employées de la même maniere n'ont donné aucune ſorte de teinture.

Pour réuſſir à cette opération, il eſt néceſſaire d'expoſer l'Agathe au ſoleil: j'en ai quelquefois mis ſous une mouffle, mais elles n'ont pris que très peu de couleur, & elle ne pénétroit pas ſi avant: j'ai même remarqué pluſieurs fois que celles que j'ai expoſées au ſoleil ont pris moins de couleur dans tout

le cours de la premiere journée, qu'en une demie heure du ſecond jour, même ſans y remettre de nouvelle diſſolution ; cela m'a fait ſoupçonner que peut-être l'humidité de l'air étoit très propre à faire pénétrer les parties metalliques ; en effet j'ai fait colorer des Agathes très promptement en les portant dans un lieu humide, ſi-tôt que le ſoleil avoit ſeché la diſſolution, & les remettant enſuite au ſoleil.

Pour tracer ſur la Calcédoine des figures qui ayent quelque ſorte d'exactitude, la maniere qui réuſſit le mieux, eſt de prendre la diſſolution d'argent avec une plume ou un petit bâton fendu, & de ſuivre les contours que l'on peut tracer avec une épingle ſi l'Agathe eſt dépolie, le trait n'eſt jamais bien fin, parce que la diſſolution s'étend en très peu de tems, mais ſi elle eſt bien chargée d'argent & qu'elle ſe puiſſe criſtalliſer promptement au ſoleil, elle ne court plus riſque de s'épancher, & les traits en ſeront aſſés délicats ; ils n'approcheront cependant jamais du trait de plume, & par conſéquent de ces petits arbres qu'on voit ſi délicatement formés dans les Dendrites.

Suppoſé néanmoins qu'on parvînt à les imiter, voici deux moyens ſûrs de diſtinguer celles qui ſeroient naturelles, d'avec celles qui ſeroient faites de cette maniere. Premierement, en chauffant l'Agathe colorée artificiellement, elle perd une grande partie de ſa couleur, & on ne peut la lui faire reprendre qu'en remettant deſſus de nouvelle diſſolution d'argent. La ſeconde maniere qui eſt plus facile

cile & plus ſimple, eſt de mettre ſur l'Agathe colorée un peu d'eau forte ou d'eſprit de nitre, ſans l'expoſer au ſoleil, il ne faut qu'une nuit pour la déteindre entierement; lorsque l'épreuve ſera faite, on lui peut redonner toute ſa couleur en l'expoſant au ſoleil pluſieurs jours de ſuite.

Outre ces deux moyens, il eſt encore aſſés facile de reconnoître par la ſeule inſpection celles qui ſont artificielles, car dans celles-ci les taches ſont uniformément enfoncées, & font paroître dans l'Agathe une infinité de veines qu'on ne voyoit pas auparavant, parce qu'elles ſe teignent d'une couleur plus foncée que le reſte, au lieu que les taches naturelles interrompent toûjours les veines, & ne ſont pas ordinairement dans un plan, mais forment une eſpece de lame qui eſt tantôt plus, & tantôt moins enfoncée dans la Pierre, & même qui eſt ſouvent coupée, lorſqu'on travaille l'Agathe. Ainſi l'on a pluſieurs moyens aſſurés de démêler le vrai d'avec le faux.

On ſait auſſi que par le moyen du feu, on peut changer la couleur de la plûpart des Pierres fines, c'eſt ainſi qu'on fait les Saphirs blancs, les Améthiſtes blanches; on met ces Pierres dans un creuſet, & on les entoure de ſable, ou de limaille de fer, elles perdent leur couleur à meſure qu'elles s'échauffent, & on les retire quelquefois fort blanches. Si l'on chauffe de même la Calcédoine ordinaire, elle devient d'un blanc opaque, & ſi l'on y a fait avant que de la mettre au feu des taches avec de la diſſolution d'argent, ces taches

deviendront d'un jaune de citron, auquel l'eau forte n'apporte plus aucun changement: la diſſolution d'argent miſe ſur la Calcédoine ainſi blanchie, & expoſée au ſoleil pluſieurs jours de ſuite, y fait des taches brunes. La Cornaline chauffée de même, devient auſſi d'un blanc opaque, mais il lui reſte toûjours une legere couleur rougeâtre: la Dendrite perdant toute ſa tranſparence lorſqu'on la chauffe vivement, les petits arbres qui ſont pour l'ordinaire engagés dans la Pierre, diſparoiſſent entierement.

J'ai eſſayé la diſſolution d'argent ſur la plûpart des autres Pierres dures, il y en a quelques-unes ſur leſquelles elle n'a fait aucun effet, comme le Cryſtal de Roche, les Pierres précieuſes, la Pierre à raſoirs, la Dendrite de Catalogne, & pluſieurs autres de cette eſpece. A l'occaſion de la Dendrite de Catalogne, je rapporterai une ſingularité de cette Pierre, c'eſt que par-tout où on la fend, on y voit des figures d'arbres aſſés bien formées, & que ſi on la ſcie, on n'y en trouve point, mais ſeulement quelques petits points ou taches noires. La raiſon qu'on peut donner de ce fait me paroît aſſés ſimple; ces figures d'arbres ſont des veines ou fêlures de la Pierre qui l'affoibliſſent aux endroits où elles ſe trouvent, & par conſéquent la font fendre avec plus de facilité où elles ſe rencontrent en plus grand nombre, ce qui ne ſe fait pas dans un plan parfait, mais ſuivant les inégalités de la direction des fêlures: au contraire, lorſqu'on ſcie la Pierre, c'eſt toûjours un plan exact qui coupe les rameaux

meaux pour peu qu'ils s'écartent, & ne laisse que des points ou taches plus ou moins grandes suivant la grosseur des rameaux qui ont été coupés; il en seroit de même des Agathes, si elles étoient opaques, mais leur transparence fait que les rameaux ne laissent pas de paroître, quoiqu'ils soient un peu enfoncés dans la substance de la Pierre.

Parmi les Pierres dures sur lesquelles j'ai essayé la dissolution d'argent, il y en a plusieurs qui en ont été teintes. Elle a donné à l'Agathe orientale une couleur plus noire qu'à la Calcédoine commune; sur une Agathe parsemée de taches jaunes, elle a donné une couleur de pourpre; le Jade a pris une couleur foible tirant sur le brun; la Prime d'Emeraude commune a été tachée de noir, & est devenue opaque; le Granit commun a pris une couleur violette inégalement foncée, elle étoit fort sensible dans les interstices blancs, mais elle faisoit peu d'effet sur les points noirs dont elle a cependant effacé quelques-uns; elle a donné au serpentin une couleur d'olive: mais ce qui m'a paru assés singulier, c'est qu'elle n'a fait aucun effet sur l'ardoise, ni sur toutes les especes de Talcs & d'Amyantes, & même ces Pierres sont indissolubles dans les plus violens acides, ce qui vient sans doute de la tissure de leurs parties qui ne peuvent être separées que dans un certain sens, & demeurent fort unies entre elles suivant la direction des lames ou des filets dont elles affectent la figure.

Le Marbre étant infiniment plus tendre que l'Agathe, il est beaucoup plus aisé d'y fai-

faire pénétrer les couleurs, & ce travail a été l'objet de la recherche de pluſieurs Phyſiciens. On trouve dans le P. Kirker quelques recettes pour colorer le Marbre; elles ſont repetées mot à mot dans les Tranſactions Philoſophiques: mais j'oſe dire qu'elles ſont ſi peu détaillées, qu'on n'en peut tirer aucun ſecours. Le même inconvénient ſe trouve dans un Mémoire inſeré auſſi dans les Tranſactions Philoſophiques de l'année 1701: on y trouve les noms de pluſieurs matieres qui pénétrent & teignent le Marbre chaud; mais, outre que pluſieurs de celles qui y ſont indiquées ne m'ont pas réuſſi, pluſieurs autres ne font point l'effet qu'on promet, ou les opérations ſont ſi peu circonſtanciées qu'il eſt preſque impoſſible de les ſuivre. On trouve encore quelque choſe ſur cette matiere dans un Journal d'Italie dont on peut voir l'Extrait dans le Journal des Savans de l'année 1678; mais de trois couleurs qu'on y promet, il y en a une qui ne réuſſit en aucune façon: ainſi je rapporterai ſimplement les expériences qui m'ont réuſſi, tant de celles qui ſont indiquées dans les endroits que je viens de citer, que de celles que ces premieres m'ont fait imaginer.

Les mêmes raiſons, qui m'ont fait préferer pour les expériences, la Calcédoine aux autres Agathes, m'ont fait auſſi préferer le Marbre blanc aux Marbres veinés qui ſont plus durs & plus difficiles à pénétrer, & ſur leſquels il eſt impoſſible de donner un procédé uniforme par la varieté infinie des ſubſtances qui compoſent leurs différentes veines;

ainſi

ainſi ce n'eſt que du marbe blanc dont je parlerai dans les opérations ſuivantes.

Les diſſolutions metalliques qui m'avoient réuſſi ſur les Agathes, ſont les premieres matieres que j'ai eſſayées ſur le Marbre; la diſſolution d'argent le pénétre très profondément, comme d'un pouce, ou même plus, elle donne d'abord une couleur rougeâtre, ou pourpre, & enſuite brune, après quoi elle ne varie plus; elle dépolit le Marbre en rongeant un peu ſa ſuperficie: celle d'or pénétre moins & fait une couleur violette: l'une & l'autre de ces diſſolutions font leur effet plus prómptement ſi on les expoſe au ſoleil; elles s'imbibent dans le Marbre en tout ſens, & les deſſeins que j'y avois formés ſe ſont étendus & preſque confondus.

La diſſolution de cuivre donne une belle couleur verte ſur la ſurface du Marbre, elle pénétre très peu, cependant elle ne s'en va point dans l'eau bouillante, elle y noircit, mais en enlevant la ſurface avec la Pierre-Ponce, le Marbre demeure d'une aſſés belle couleur verte, il s'étend fort avant dans le Marbre une teinture verdâtre fort légere; la rouille de fer donne une couleur jaune qui pénétre aſſés avant; le fer contenu dans l'encre commune tache le Marbre d'une couleur légere, & qui ne pénétre preſque pas. Voilà tout ce que j'ai pû tirer des diſſolutions metalliques: n'en étant pas ſatisfait, j'ai eu recours à de nouvelles expériences, j'ai cherché des matieres qui ſe puſſent imbiber dans le Marbre, & qui fuſſent en même tems des menſtrues capables de diſſoudre d'autres corps,

de ſe charger de leurs teintures, & de porter avec elles ces parties colorées dans les pores du Marbre.

Toutes les matieres huileuſes pénétrent le Marbre, mais pluſieurs le tachent & le terniſſent de façon qu'il ne peut plus prendre un beau poli: les huiles tirées par expreſſion, les graiſſes animales ſont de ce nombre; on ne peut donc pas s'en ſervir pour teindre le Marbre, il faut néceſſairement employer une matiere dont les parties ſoient extrêmement ténues, afin qu'elle le pénétre; & volatile, afin qu'ayant porté dans les pores du Marbre la couleur, elle s'évapore & n'agiſſe plus, ce qu'elle ne feroit qu'en étendant la couleur, la portant plus avant & par conſéquent l'affoibliſſant conſidérablement. L'eſprit de vin renferme eſſentiellement toutes les qualités que nous demandons, il tire facilement la teinture de pluſieurs matieres, il pénétre fort avant dans le Marbre chaud, & enfin s'évapore entierement avant que le Marbre ſoit achevé de froidir: l'huile de Terebenthine ſert de même dans pluſieurs de ces opérations, mais elle ne tire pas les teintures ſi facilement que l'eſprit de vin, & laiſſe ordinairement un œil gras au Marbre; je m'en ſuis cependant ſervi utilement dans quelques occaſions. Les fortes leſſives, quoique recommandées dans un des Mémoires dont j'ai parlé, ont rarement fait un bel effet.

La cire blanche fait très bien lorſqu'on la mêle avec des matieres dont elle peut tirer la teinture, elle la porte fort avant dans le Marbre, fort également, & comme elle ceſſe de

de s'étendre lorſque le Marbre eſt froid, la couleur ne change point; mais il n'y a qu'un petit nombre de matieres qui puiſſent donner de la couleur à la cire, ainſi dans beaucoup d'occaſions l'on eſt obligé de ſe ſervir des autres diſſolvans dont nous venons de parler; il y a auſſi quelques gommes qui ſe peuvent employer ſans aucun menſtrue, & c'eſt par celles-là que je commencerai.

Le Sang de dragon & la gomme Gute étant frotés ſur le Marbre chaud, le teignent & le pénétrent d'environ une ligne; la gomme Gute fait un beau citron, & demande que le Marbre ſoit plus chaud que pour l'autre; le Sang de dragon fait un rouge diverſement foncé ſelon que le Marbre eſt plus ou moins chaud: il eſt difficile de déterminer au juſte le degré de chaleur qui convient le mieux, mais pour peu l'on faſſe quelques eſſais ſur de petits morceaux, l'uſage l'apprendra en très peu de tems.

Si l'on a employé ces couleurs ſur le Marbre poli, il ſuffit pour ôter les gommes de deſſus ſa ſurface, de le nettoyer avec un peu d'eſprit de vin; ſi l'on veut que la couleur pénétre plus avant, il faut le dépolir avec la Pierre-Ponce, & lorſqu'on a appliqué la couleur, le repolir de la maniere ordinaire; cette circonſtance eſt bonne à obſerver dans toutes les eſpeces de couleurs, elle ſert à les faire pénétrer plus avant, & plus uniformément. Ces deux matieres ont cela de particulier, que, quoiqu'elles s'employent ſeules & ſans diſſolvant, on peut encore les diſſoudre dans l'eſprit de vin, & les appliquer avec un

pinceau, & cette maniere eſt ſouvent préférable à l'autre, ſur tout lorſqu'on veut ſuivre quelque deſſein régulier, ce qu'il eſt aſſés aiſé de faire avec l'une & l'autre de ces couleurs qui ne s'étendent preſque point, & ſe figent ſubitement dans les endroits où on les place.

Le Sang de dragon rend le Marbre moins diſſoluble par les acides, & les parties pénétrées de cette gomme demeurent plus relevées que le fond du Marbre, ſi l'on met quelque acide deſſus.

Les teintures de bois, de graines, de racines, de fleurs dans l'eſprit de vin, ou dans quelque autre menſtrue, ſe font en les mettant dans un matras avec la quantité de diſſolvant que l'on juge à propos, & les faiſant digerer au bain de ſable juſqu'à ce que la teinture ſoit ſuffiſamment colorée.

Si l'on met ſur le Marbre chaud de la teinture de bois de Breſil par l'eſprit de vin, elle lui donne une couleur rouge tirant ſur le pourpre; ſi l'on chauffe le Marbre un peu plus fort, la couleur tirera ſur le violet: on aura les nuances intermédiaires par les différens degrés de chaleur; mais avec le tems ces couleurs changent, & s'affoibliſſent un peu.

La teinture de Cochenille faite comme la précédente, pénétre le Marbre d'environ une ligne, & lui donne une couleur mêlée de rouge & de pourpre à peu près pareille à celle qui ſe trouve ſur le Marbre Africain; ſi l'on chauffe le Marbre plus fort, la teinture devient plus foncée, & pénétre plus avant.

La

La Cochenille avec la leſſive de chaux & d'urine indiquée dans les Tranſactions Philoſophiques, donne au Marbre une couleur rougeâtre un peu foncée, & qui pénétre d'une ligne; avec l'eſprit de Terebenthine elle fait une couleur de feuille-morte qui pénétre trois ou quatre lignes; les couleurs faites avec la Cochenille changent auſſi un peu avec le tems.

La racine d'Orcanette dans l'eſprit de vin, fait une belle couleur rouge inégalement foncée, & ſi le marbre eſt très chaud, elle fait une couleur brune.

Le tourneſol, le bois de Campêche donnent de différentes ſortes de rouge; *la terra merita*, le roucou, le ſafran donnent un beau jaune doré aſſés ſemblable; la premiere ne change point avec le tems, le roucou pâlit un peu, mais le ſafran diſparoît preſque entierement en peu de jours.

Le verd de-veſſie dans l'eſprit de vin donne un verd pâle qui pénétre environ d'une ligne. La plûpart de ces matieres digerées dans l'eſprit de Terebenthine donnent les mêmes couleurs au Marbre avec quelques différences; elles pénétrent plus avant par ce moyen, mais elles ne ſont pas ordinairement ſi foncées, & il reſte un œil un peu gras à la ſurface du Marbre.

Si l'on fait bouillir quelque tems du verd de gris dans la cire fondue, & qu'on frote de cette cire le Marbre chaud, elle lui donnera une aſſés belle couleur verte, à peu près ſemblable à celle des émeraudes d'Auvergne; cette couleur s'étend fort également & pé-

nétre trois à quatre lignes; ſi le Marbre eſt un peu plus chaud qu'il ne faut pour donner cette couleur, elle tirera un peu ſur le jade & ſera toûjours très égale comme toutes celles qui s'employent avec la cire.

La racine d'Orcanette donne à la cire une couleur de cramoiſi foncé; mais cette cire ne donne au Marbre qu'une couleur de chair aſſés vive, qui pénétre de quatre ou cinq lignes.

Le roucou bouilli dans la cire donne un beau jaune foncé très égal, qui pénétre à peu près comme les deux précédentes, mais qui pâlit avec le tems; ce ſont là preſque les ſeules matieres qui donnent à la cire une couleur qu'elle puiſſe faire pénétrer dans le Marbre: je me ſuis cependant encore ſervi pour faire un brun foncé, de la maniere ſuivante. J'ai plongé un morceau de Marbre chaud dans la teinture du bois de Breſil par l'eſprit de vin, enſuite je l'ai couvert de cire & l'ai remis ſur le feu, je l'y ai tenu environ une demi-heure, remettant de la cire à meſure qu'elle s'évaporoit, à la fin je l'ai laiſſée toute évaporer: le Marbre pendant ce tems a pris diverſes nuances, bruniſſant toûjours; enfin il eſt reſté d'un brun de chocolat très uniforme qui a pénétré de trois lignes; il ſeroit peut-être parvenu au noir en le chauffant davantage, mais le Marbre ſe ſeroit brûlé. La meilleure maniere de chauffer le Marbre eſt de le mettre ſur une plaque de Tole à peu près de même figure & de même grandeur, & ſur laquelle on aura mis l'épaiſſeur de deux ou trois lignes de ſable; on mettra le tout en-

enſemble ſur un fourneau ou ſur des chenets, & on mettra des charbons ardens par deſſous, on connoîtra comme je l'ai déja dit par les eſſais que l'on fera ſur de petits morceaux, le degré de chaleur qui convient à la couleur que l'on veut employer.

Toutes ces couleurs pénétrent de même & beaucoup plus profondément la pierre de Liais & la pierre de taille ordinaire ; mais le grain de ces pierres étant trop gros pour qu'elles puiſſent prendre un beau poli, l'effet qui en reſulte n'eſt pas différent des couleurs à l'huile qu'on peut appliquer ſur ces ſortes de pierres.

Il s'en faut beaucoup que je n'aye rapporté ici toutes les tentatives que j'ai faites ſur ce ſujet, y ayant pluſieurs opérations qui ne donnent que des différences très légeres : je ne penſe pas non plus avoir épuiſé la matiere, il reſte encore un grand nombre d'expériences à faire ; j'ai fait toutes les épreuves que j'ai pû imaginer pour parvenir au bleu & au noir parfait, la plûpart ont été inutiles, ſur-tout pour le noir ; il y a même des raiſons aſſés ſolides qui me font craindre qu'on ne puiſſe pas y parvenir.

Les matieres qui pénétrent & teignent le Marbre, ne le font qu'en s'inſinuant dans les interſtices que laiſſent entre eux les grains ſolides qui compoſent le Marbre ; ces grains conſidérés en eux-mêmes ſont impénétrables à moins qu'on n'employe des acides aſſés violens pour les briſer ; mais ces acides ne ſe peuvent point charger des teintures propres au Marbre, & quand même ils s'en chargeroient, ils rongeroient la ſuperficie du

Marbre, mais ne porteroient point la couleur dans ſes pores : ſi l'on employe des menſtrues oléagineux qui ſont ceux qui réuſſiſſent le mieux pour la plûpart des couleurs, ces grains que le menſtrue ne fait qu'environner éclairciſſent néceſſairement la couleur & font l'effet d'une poudre blanche qu'on mêleroit exactement dans une couleur foncée ; c'eſt ce qu'on éprouve dans toutes les couleurs qu'on employe ſur le Marbre, qui étant appliquées ſont infiniment plus claires qu'elles ne l'étoient auparavant. Ces raiſons fondées ſur l'expérience me font croire qu'il ſera très difficile, pour ne pas dire impoſſible, de parvenir au noir parfait ; mais il n'en eſt pas de même du bleu, & à force de patience & de n'être pas rebuté par les expériences manquées, j'en ai trouvé un qui réuſſit paſſablement bien.

M. Geoffroy le Cadet donna en 1707 un Mémoire ſur diverſes huiles eſſentielles qui changeoient de couleur par le moyen de différens mêlanges ; il rapporte entre autres, qu'ayant fait digerer pendant longtems de l'eſſence de thim avec de l'eſprit volatil de ſel Ammoniac, l'eſſence avoit d'abord jauni, & qu'ayant enſuite paſſé ſucceſſivement par le rouge & le violet, elle étoit enfin devenue d'un bleu très foncé. Jai voulu voir ſi cette huile ainſi colorée pourroit me donner ſur le Marbre quelques-unes des couleurs qui me manquoient ; je l'eſſayai dans les divers états par où elle paſſa, & comme au bout de ſix ſemaines elle étoit devenue bleue ſans être cependant bien foncée, je l'eſſayai pour la der-

derniere fois mais ſans ſuccès, n'ayant eu que des teintes ſi légeres que cela ne paroiſſoit qu'avoir un peu bruni le Marbre blanc; j'oubliai pendant plus de ſix mois ce mêlange dans une bouteille, je trouvai au bout de ce tems l'eſſence d'un bleu preſque noir; je l'eſſayai alors ſur le Marbre chaud, & j'eus une couleur bleue allés ſemblable à celle qui ſe rencontre quelquefois dans le Marbre: il ne faut pas pour employer cette couleur que le Marbre ſoit extrêmement chaud, car alors cette eſſence qui eſt volatile s'évapore & la couleur diſparoît; il faut qu'on en puiſſe ſupporter facilement la chaleur avec la main, ainſi il ne faut la mettre que des dernieres, afin que le degré de chaleur qu'on eſt obligé de donner aux autres ne l'endommage point; on rend cette couleur plus pâle ou plus foncée en mettant plus ou moins d'eſſence à meſure qu'elle s'évapore, elle pénétre d'environ deux lignes; il faut obſerver dans cette couleur comme dans toutes les autres, qu'elles ne ſont jamais parfaitement belles & telles qu'un enduit de peinture les pourroit donner, mais toûjours un peu louches & telles qu'elles ſont réellement dans les Marbres colorés naturellement, ce qui vient de la nature même du Marbre, dont toutes les parties ſont, comme nous l'avons déja dit, une eſpéce d'intermede qui étend les couleurs & diminue leur éclat; mais on ne doit pas en demander davantage, le Marbre ne peut pas atteindre la beauté des Pierres précieuſes, & il ſuffit de lui pouvoir donner par

art

art les couleurs telles qu'il les auroit ſi elles s'y étoient rencontrées naturellement.

Je dois ajoûter ici quelques détails qui rendront l'exécution de cette opération plus facile, ſur-tout lorſqu'on voudra employer pluſieurs couleurs l'une auprès de l'autre ſans qu'elles ſe confondent, & ſuivant un deſſein qui ait quelque délicateſſe. Les teintures faites par l'eſprit de vin, ou l'eſprit de Terebenthine ſe doivent néceſſairement employer ſur le Marbre tandis qu'il eſt chaud, ainſi on ne peut pas rendre la pratique plus facile en ce qui regarde les figures qui en reſultent; mais les gommes telles que ſont le Sang de dragon & la gomme Gute ſe peuvent appliquer ſur le Marbre froid, il faut pour cela les faire diſſoudre dans l'eſprit de vin; & comme nous avons remarqué que le Marbre doit être plus chaud pour la gomme Gute, il la faut employer la premiere: la diſſolution de cette gomme eſt claire d'abord, mais peu de tems après, elle ſe trouble & il ſe précipite un ſediment jaune, c'eſt alors qu'il la faut employer, afin qu'il en demeure ſur le Marbre une aſſés grande quantité pour le pénétrer lorſqu'on viendra à le chauffer. Ayant couvert de cette diſſolution tous les endroits où l'on voudra mettre de cette couleur, on fera chauffer le Marbre ſur une plaque de Tole, comme nous l'avons déja dit, & on verra la gomme Gute foudre & s'y imbiber; on le chauffera autant qu'il ſera néceſſaire pour que la couleur ſoit ſuffiſamment foncée, & on le laiſſera enſuite refroidir; s'il y a quelques en-

endroits où la couleur n'ait point assés pénétré, on peut y en remettre, & le chauffer comme la premiere fois. Lorsque tout le jaune sera mis, on mettra la dissolution du Sang de dragon la plus chargée qu'il sera possible, on l'employera de même à froid, & on chauffera ensuite le Marbre jusqu'à ce que la couleur soit aussi foncée qu'on le souhaite, car elle brunira toûjours à proportion de la chaleur du Marbre; on pourra ensuite avant que le Marbre se refroidisse y appliquer les teintures de graines, de bois, de fleurs qui ont besoin d'une moindre chaleur, & on finira par les couleurs qui s'employent par le moyen de la cire qui demandent plus de précaution que les autres, car à la moindre chaleur elles s'étendent plus qu'on ne veut, & par conséquent sont les moins propres de toutes à faire un dessein délicat; on pourra cependant les arrêter aux endroits où elles doivent être, en jettant un peu d'eau froide sur le Marbre aux endroits qu'on a frotés; mais comme il arrive rarement qu'on veuille employer sur le même morceau de Marbre toutes ces différentes couleurs & suivant un dessein régulier, on choisira dans ce cas-là deux ou trois couleurs qui sont plus faciles à employer, & on se servira de tous les autres indifféremment lorsqu'on ne voudra que faire des veines au hazard, & imiter les couleurs qui se peuvent naturellement rencontrer dans le Marbre.

Venons maintenant à la derniere opération dont nous avons parlé, & qui a quelque rapport avec la précédente, puisque par son moyen

moyen on peut faire ſur les Marbres les plus communs des ornemens très recherchés.

On a vû depuis quelques années des tables & des cheminées de Marbre blanc ornées de Sculptures très délicates, & qui paroiſſoient d'un travail immenſe; les ouvriers qui faiſoient ces ſortes d'ouvrages cachoient ſoigneuſement leur ſecret, & profitoient de l'avantage de pouvoir faire en très peu de tems & avec beaucoup de facilité un travail qu'on auroit à peine oſé entreprendre en ſe ſervant du ciſeau & des inſtrumens ordinaires. Pour peu qu'on fît d'attention à ces ouvrages, on voyoit aſſés que c'étoient des liqueurs acides dont on s'étoit ſervi pour creuſer les fonds, & qu'on appliquoit quelque enduit pour épargner les deſſeins qu'on vouloit laiſſer en relief: mais ces idées vagues ne ſuffiſoient point, & lorſque j'ai voulu les mettre en pratique, j'ai trouvé un grand nombre de difficultés. La plûpart des liqueurs acides jauniſſent le Marbre, ce n'étoit pas un inconvénient pour le Marbre noir; mais, comme les ouvrages que j'avois vûs étoient de Marbre blanc, je me ſuis appliqué à chercher des acides qui n'endommageaſſent point ſa couleur. Les enduits dont les reliefs doivent être couverts faiſoient la ſeconde difficulté, il falloit qu'ils fuſſent coulans, faciles à employer, de nature à bien ſecher, & ſur-tout impénétrables aux acides. J'ai tenté inutilement différens mêlanges de cires, de vernis, de reſines, enfin le hazard m'en a offert un qui avoit toutes les qualités que je deſirois, ce qui, joint à un diſſolvant qui n'altere en

rien

rien la blancheur du Marbre, m'a fait parfaitement réuſſir de la maniere ſuivante.

Il faut tracer ſur le Marbre avec un crayon le deſſein que l'on veut former en relief, & couvrir délicatement avec un pinceau du vernis ſuivant les endroits qu'on veut épargner. Ce vernis n'eſt autre choſe que de la gomme Lacque diſſoute dans l'eſprit de vin, & mêlée avec du noir de fumée, ou du vermillon pour reconnoître plus facilement les endroits où on en a mis. Pour rendre l'opération plus ſimple, il n'y a qu'à pulveriſer un morceau de cire d'Eſpagne, & la faire diſſoudre dans une quantité ſuffiſante d'eſprit de vin; ce vernis ſera ſec en moins de deux heures.

De tous les diſſolvans que j'ai eſſayés, celui qui ma paru le meilleur, eſt un mélange de parties égales d'eſprit de ſel & de vinaigre diſtillé; il ne diminue en rien l'éclat du Marbre & le diſſout très également. Le vernis étant bien ſec, on verſera de cette liqueur ſur le Marbre; lorſqu'elle y aura demeuré quelque tems, & qu'elle aura entierement ceſſé de fermenter, on pourra y en remettre de nouvelle & la laiſſer agir juſques à ce que le fonds ſoit ſuffiſamment creuſé. S'il y a dans le deſſein des traits délicats comme des refants de feuillages, ou d'autres de la même eſpece, on ne les tracera pas d'abord ſur le Vernis, mais lorſque le fonds ſera creuſé à peu près de moitié de ce qu'il doit l'être, on ôtera le diſſolvant, on lavera bien le Marbre, & avec la pointe d'une aiguille, on enlevera le Vernis à l'endroit de ces traits délicats, on remettra enſuite de nouveau diſſolvant,

vant, & on le laiſſera autant qu'on le jugera à propos; cette précaution eſt néceſſaire, parce que lorſque l'acide a agi dans les endroits découverts, il ronge par deſſous le Vernis, & élargit les traits à meſure qu'il les approfondit; cet inconvénient demande auſſi qu'on faſſe les parties qui doivent être épargnées un peu plus fortes, afin que cette action laterale de l'acide les mette au point où elles doivent être. Au reſte cette opération ne demande ni beaucoup de ſoin, ni beaucoup d'expérience, & les ouvriers les moins intelligens pourront facilement en venir à bout. Lorſque l'ouvrage ſera entierement fini, on enlevera le Vernis avec un peu d'eſprit de vin & comme les fonds ſeroient très longs à polir, on pourra les pointiller avec des couleurs ordinaires delayées dans le Vernis de gomme Lacque, de la même maniere que l'étoient les ouvrages de cette eſpece, qui ont paru depuis quelques années.

On pourra joindre ces deux dernieres opérations, & colorer les fonds, ou les reliefs d'un ouvrage qu'on aura gravé, ce qui ne peut manquer de faire un effet agréable.

J'ajoûterai en paſſant, que l'yvoire ſe peut travailler de la même maniere en ſe ſervant du même Vernis, & du même diſſolvant; mais il agit plus lentement, & il faut en remettre de nouveau de tems en tems.

J'ai fait auſſi diverſes expériences de l'effet des acides ſur pluſieurs autres pierres: il y en a quelques-unes auxquelles on donne le nom de pierres précieuſes, qui ſe diſſolvent dans l'eſprit de Nitre; telles ſont, par exemple, la Turquoiſe de vieille roche, celle d'Armagnac, la Malachite,

chite, la Crapaudine, le Lapis; l'esprit de Nitre forme des stries sur la Malachite, dissolvant avec plus de facilité certaines veines que d'autres; il pâlit la Turquoise, il blanchit la surface du Lapis, à la reserve de quelques endroits qui paroissent indissolubles, les veines metalliques qui s'y rencontrent ne se dissolvent qu'avec peine & sans ébullition; la plûpart des Pierres figurées comme la *Belemnite*, l'*Entrochus*, les *Terebratulæ*, la Pierre *Judaique*, la Pierre *Etoilée*, l'*Astroite*, le bois petrifié, &c. se dissolvent avec ébullition. La Pierre *Ponce*, la Pierre de *Boulogne*, le *Crystal d'Islande*, les différentes especes de *Selenites*, d'*Albâtres*, de *Gyps*, se dissolvent aussi très facilement. La *Pierre de Florence* appellée *Alberese* se dissout d'une façon singuliere, la liqueur acide ronge promptement les fonds, & laisse les arbres & les terrasses sans les endommager, de façon qu'ils deviennent en relief; cela ne se fait pas cependant avec toute la délicatesse qu'on pourroit souhaiter, car le fonds est rongé inégalement, & demeure comme picoté, & quelques-uns des traits les plus déliés des arbres sont entierement emportés. La liqueur qui réussit le mieux pour cette opération est un mêlange d'une partie d'esprit de nitre sur deux parties de vinaigre blanc.

Il arrive quelque chose d'à peu près semblable dans la dissolution des *Astroites*; dans quelques-unes les petits points étoilés sont plus durs, & demeurent relevés tandis que les interstices s'enfoncent; dans d'autres les étoiles se dissolvent les premieres, & j'ai fait quelquefois ces deux observations dans la même pierre,

ce

ce qui m'a paru venir de la différente façon dont l'*Aſtroïte* étoit taillée. Il eſt vrai-ſemblable que cette pierre doit ſon origine à des Madrepores: les cannelures étoilées de ces Madrepores ſont reſſerrées vers leur baſe, & quelquefois ſi fort qu'elles ne paroiſſent que de petits cercles plus bruns que le reſte de la Pierre; ces cannelures ſe dilatent, &, pour ainſi dire, ſe déplient en s'éloignant de leur baſe: leur coupe forme en ces endroits des étoiles plus larges & fort diſtinctes: lorſque l'*Aſtroïte* eſt taillée dans la partie ſupérieure de la Madrepore, ces étoiles plus dilatées préſentent plus de ſurface, & par conſéquent cedent plus facilement à l'acide que les interſtices, qui ont peut-être été comprimés par cette extenſion des étoiles; on voit qu'il doit arriver préciſément le contraire, ſi l'*Aſtoïte* vient de la baſe de la Madrepore; que ſi elle eſt taillée de façon qu'elle contienne une partie de la baſe & une du ſommet, on y remarquera les deux effets différens.

Je ne doute point qu'il n'y ait pluſieurs autres Pierres qui puiſſent fournir des obſervations ſingulieres, & je crois même que cette matiere mérite la peine d'être examinée avec détail, comme pouvant donner des connoiſſances plus exactes que celles que l'on a ſur la plûpart des Pierres.

DU

DU MOUVEMENT DE SATURNE.

Par M. CASSINI *.

POUR déterminer les mouvemens du Soleil & de la Lune, il ſuffit de les conſidérer de la Terre, d'où l'on découvre toutes les inégalités qui ſe rencontrent dans leurs révolutions apparentes. Car ſoit que le Soleil tourne autour de la Terre, ſoit que la Terre tourne autour du Soleil, nous n'avons beſoin que de leurs mouvemens relatifs, lorſque nous ne voulons conſidérer que les loix de ces mouvemens, ſans entrer dans la cauſe phyſique qui les produit.

A l'égard des cinq autres Planetes, il eſt néceſſaire pour règler leurs mouvemens, de les conſidérer, non-ſeulement de la Terre, mais même du Soleil autour duquel elles font chacune une révolution particuliere. Car quoique ſuivant le ſyſtême de Ptolémée, la Terre ſoit le centre de leur mouvement, les Epicycles que chacune de ces Planetes décrivent dans l'eſpace d'une année autour du point de leur Orbe, qui eſt en même tems entraîné par une révolution particuliere à chacune de ces Planetes, forment à l'égard de la Terre une apparence ſemblable à celle qui réſulte du mouvement de la Terre & des Planetes autour du Soleil.

Il

* 10 Janv. 1728.

Il ſuit de-là, que pour déterminer dans quelque ſyſtême que ce ſoit le mouvement apparent de ces Planetes à l'égard de la Terre, il eſt néceſſaire de connoître le mouvement vrai de chaque Planete à l'égard du Soleil, auſſi-bien que la diſtance du Soleil à la Terre & à chacune de ces Planetes, ou du moins le rapport de ces diſtances.

Comme nous ne pouvons point connoître par des obſervations immédiates, les mouvemens des Planetes à l'égard du Soleil, ni le rapport de leurs diſtances au Soleil & à la Terre, nous ſommes obligés de choiſir les tems où leur vrai lieu vû de la Terre, eſt le même que celui qui eſt vû du Soleil, ce qui arrive lorſqu'elles ſont dans leurs conjonctions ou oppoſitions avec le Soleil. Car alors la Terre ſe trouvant dans la même direction que le Soleil & la Planete, ſon vrai lieu ſur l'Ecliptique eſt le même que celui de la Planete, ou en eſt éloigné de 180 degrés.

A l'égard des Planetes inférieures, elles ſont au tems de leurs conjonctions, ou dans la partie ſupérieure de leur cercle au-delà du Soleil, ou dans la partie inférieure entre le Soleil & la Terre. Dans leur partie ſupérieure, elles ſe trouvent cachées par le diſque du Soleil, ou ſi près de cet Aſtre qu'il eſt impoſſible de les appercevoir. Dans leur partie inférieure, lorſque leur latitude eſt plus petite que le demi diametre apparent du Soleil, on les apperçoit lorſqu'elles paſſent de jour devant le diſque du Soleil, où elles forment l'apparence d'une tache noire, ce qui n'arrive que très rarement ; & lorſque leur latitude eſt plus grande que le demi-

mi-diamettre du Soleil, leurs parties lumineuſes étant preſqu'entierement oppoſées à la Terre, Mercure ſe trouve trop peu éclairé pour pouvoir être diſtingué, & on ne peut appercevoir que Venus en forme d'un croiſſant très délié.

Pour ce qui eſt des Planetes ſupérieures, elles ſont toutes viſibles au tems de leurs oppoſitions, parce que la Terre ſe trouvant alors entre elles & le Soleil, on peut les obſerver pendant toute la nuit. Dans leurs conjonctions il eſt impoſſible de les appercevoir, car ou elles ſont cachées par le diſque du Soleil, ou par ſes rayons, lorſqu'elles paſſent deſſus ou deſſous avec une latitude Meridionale ou Septentrionale plus grande que le demi-diametre apparent du Soleil.

On voit de-là, que pour déterminer immédiatement le vrai lieu des Planetes ſupérieures, on ne peut employer que leurs ſeules oppoſitions avec le Soleil, que les Aſtronomes ſont fort attentifs à obſerver.

Comme ces oppoſitions arrivent à différens degrés du Zodiaque, on peut par leur moyen déterminer le vrai lieu des Planetes à l'égard du Soleil en différens endroits de leur Orbe, ce qui ne ſe peut faire cependant que dans une longue ſuite d'années, à cauſe que l'intervalle entre chaque oppoſition eſt de plus d'une année.

Dans Saturne dont nous entreprenons de repréſenter ici le mouvement, ſa révolution ne s'achevant qu'en près de 30 années, un même Obſervateur ne peut pas déterminer ſa ſituation pendaut pluſieurs révolutions; d'ail-

leurs les inégalités ou causes physiques qui se peuvent rencontrer dans l'intervalle d'un petit nombre de révolutions, peuvent augmenter ou diminuer la grandeur du moyen mouvement. Ainsi il est nécessaire pour déterminer avec le plus d'exactitude qu'il est possible son moyen mouvement, de comparer ensemble des Observations éloignées les unes des autres, principalement celles qui sont à peu près vers les moyennes distances où l'Equation des Orbes des Planetes ne varie pas sensiblement dans l'intervalle de plusieurs degrés. Mais cette recherche demande que l'on connoisse le lieu de l'Aphelie & & du Perihelie de l'Orbe de Saturne pour le tems des Observations que l'on veut comparer.

Outre le mouvement de l'Aphelie, qui peut faire une différence de 5 minutes de degré dans chaque révolution, il y a encore celui du nœud qui se trouvant successivement sur différens degrés de l'Ecliptique, fait que le mouvement de la Planete observé par rapport à l'Ecliptique, n'est pas le même que celui qu'elle a parcouru sur son Orbite; mais cette différence qui ne peut être au plus dans Saturne que d'une minute & trois quarts additive ou soustractive, n'en peut former qu'une de deux ou trois secondes dans sa révolution, ce qui ne mérite pas beaucoup qu'on y ait égard.

La plûpart des méthodes que l'on peut employer pour déterminer l'Aphelie & le Perihelie des Planetes, demandent que l'on connoisse leur moyen mouvement; & l'on ne

ne peut, comme l'on vient de le marquer, déterminer ce mouvement qu'en connoiſſant le lieu & le mouvement de ſon Aphelie ou Perihelie; ce qui fait voir qu'on ne peut parvenir à déterminer avec quelque exactitude l'un & l'autre de ces élémens, que par la comparaiſon d'un grand nombre d'Obſervations faites en différens tems & en diverſes ſituations des Planetes ſur leur Orbe.

La plus ancienne Obſervation de Saturne dont la mémoire nous ait été conſervée, eſt celle qui fut faite par les Caldéens le 14e. du mois de Tybi de l'année 519 de Nabonaſſar, où l'on apperçut le ſoir Saturne deux doigts au-deſſous de l'Etoile qui eſt dans l'épaule Auſtrale de la Vierge. Ptolémée qui rapporte cette Obſervation au Chapitre 7 du 11e. Livre de ſon Almageſte, comme n'étant point douteuſe, détermine pour ce tems-là, le lieu moyen du Soleil à 6d 10′ des Poiſſons. Il établit la longitude de cette Etoile au tems de ſes Obſervations à 13d 10′ de la Vierge, dont retirant 3d 40′ pour le mouvement qu'il attribue aux Etoiles fixes en longitude, pendant 366 années qui s'étoient écoulées depuis cette Obſervation, juſqu'à ſon tems, à raiſon d'un degré en 100 années, il trouve le vrai lieu de cette Etoile au tems de l'Obſervation des Caldéens à 9d 30′ de la Vierge, qu'il ſuppoſe être le même que celui de Saturne.

Ayant réduit le tems de cette Obſervation à nos Epoques, ſuivant leſquelles nous comptons, 0, l'année qui précéde la naiſſance de J. C. que la plûpart des Chronologiſtes

logiſtes marquent par 1. parce. que ſuivant notre maniere de compter les années Biſſextiles avant J. C. ſont paires, & la ſomme des années avant & après J. C. marque l'intervalle exact qu'il y a entre ces années; on trouve que cette Obſervation eſt arrivée le 1. Mars de l'année 228 avant J. C. le ſoir, c'eſt-à-dire environ 6 heures après midi. L'Etoile de la Vierge qui ſe trouva alors en conjonction avec Saturne, avoit une latitude Boreale de 2d 50′, ſuivant le catalogue des Etoiles fixes de Ptolémée, où il la marque de la troiſieme grandeur.

C'eſt la même qui eſt déſignée dans Bayer par la lettre γ, & dont nous trouvons préſentement la latitude Boreale de 2d 49′ 3″ à moins d'une minute près de celle qu'a déterminé Ptolémée. Nous pouvons encore reconnoître que cette Etoile eſt la même que celle qui a été en conjonction avec Saturne, par ſa différence de longitude à l'égard de l'Epi de la Vierge, qui ſuivant Ptolémée eſt de 13′ 30″ à 10 minutes près de celle qui réſulte de nos Obſervations.

Sa longitude étoit au commencement de l'année 1710, ſuivant les Tables de M. Maraldi, à 6d 10′ 20″ de la Balance, dont retranchant 27d 40′ 9″, mouvement des Etoiles fixes en longitude depuis l'année 228 avant J. C. à raiſon de 1d 25′ 43″ en 100 années comme nous l'avons trouvé par la comparaiſon des anciennes Obſervations avec les modernes, on aura ſon vrai lieu au tems de l'Obſervation des Caldéens à 8d 29′ 11″ de la Vierge, éloigné de 1d 0′ 49″ de celui

que

que Ptolémée avoit déterminé, en ſuppoſant que le mouvement des Etoiles fixes n'étoit que d'un degré en cent années.

Le lieu moyen du Soleil étoit le 1er. Mars de l'année 228 avant J. C. à 5d 40′ 18″ des Poiſſons, éloigné ſeulement de 30 de celui que Ptolémée avoit determiné pour le tems de cette Obſervation; ce qui eſt une preuve que l'on a réduit exactement les années de Nabonaſſar & les mois Egyptiens à notre Epoque, qui commence à la naiſſance de J. C.

Appliquant l'Equation du Soleil qui étoit alors de 1d 56′ 48″, additive à ſon lieu moyen, on a ſon vrai lieu à 7d 37′ 6″ des Poiſſons, dont il faut retrancher le vrai lieu de l'Etoile γ de la Vierge que l'on a trouvé à 8d 29′ 11″ de ce ſigne, pour avoir la diſtance de cette Etoile au Soleil de 6s 0d 52′ 5″, ce qui fait voir que Saturne qui étoit alors en conjonction avec l'Etoile γ de la Vierge, ſe trouvoit fort près de ſon Oppoſition avec le Soleil, & que cette Obſervation étoit favorable pour la recherche du moyen mouvement de Saturne. Car retranchant du vrai lieu de Saturne 3′ 20″ qui meſurent ſon mouvement dans l'eſpace de 19h 48′ qui eſt retrograde dans les Oppoſitions, & ajoûtant au vrai lieu du Soleil 48′ 44″ qui meſurent ſon mouvement propre dans le même eſpace de tems, on trouvera que Saturne étoit à 8d 25′ 50″ de la Vierge préciſément en Oppoſition avec le Soleil, 19h & 48′ après le tems de l'Obſervation ci-deſſus mar-

quée, c'eſt-à-dire le 2 Mars de l'année 228 avant J. C. à 1^h 48′ du ſoir.

On néglige ici la différence des Meridiens entre Paris & le lieu où l'Obſervation des Caldéens a été faite, à cauſe que Ptolémée qui la rapporte n'en a pas marqué le lieu ni l'heure préciſe, qu'il dit ſeulement être arrivée le ſoir; d'autant plus que le mouvement de Saturne qui peut répondre à la différence des Meridiens, ne doit être que de quelques ſecondes, dont l'on ne peut pas s'aſſurer dans la détermination du vrai lieu de cette Oppoſition.

Entre celles que nous avons obſervées à Paris, il s'en rencontre une qui eſt arrivée en 1714, le 26 Fevrier à 8^h 15′ du ſoir, le vrai lieu de Saturne étant à 7^d 56′ 46″ éloigné ſeulement de 29 minutes de celui où il s'eſt trouvé au tems de l'Obſervation des Caldéens. L'Oppoſition ſuivante eſt arrivée le 11 Mars de l'année 1715, à 16^h 55′, le vrai lieu de Saturne étant à 21^d 3′ 14″ de la Vierge.

Pour comparer l'Obſervation des Caldéens avec les nôtres, on réduira celle de 1714 à la forme Julienne, afin d'avoir un intervalle d'années, dont trois communes & une Biſſextile, ce que l'on fera en retranchant 11 jours du 26 Fevrier 1714, & on aura l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil le 15 Fevrier de l'année 1714 à 8^h 15′ du ſoir, le vrai lieu de cette Planete étant à 7^d 56′ 46″ de la Vierge. Entre cette Oppoſition & celle des Caldéens il y a 1942 années, dont 485 Biſſextiles.

les moins 14 jours 17^h 33′. L'intervalle entre le tems des Oppoſitions des années 1714 & 1715, eſt de 378 jours 8^h 40′, pendant lequel le mouvement vrai de Saturne a été obſervé de 13^d 6′ 28″.

On fera donc, comme 13^d 6′ 28″ ſont à 29′ 4″ différence entre le vrai lieu de Saturne obſervé dans les Oppoſitions des années 228 avant J. C. & 1714 après J. C. ainſi 378 jours 8^h 40′, ſont à 13^d 23′ 36″, qui étant ajoûtés à 1942 années, dont 485 Biſſextiles moins 14 jours 17^h 33′, font 1943 années communes, 119 jours & 6^h, qui étant partagées par 66, donnent la révolution moyenne de Saturne de 29 années communes, 162 jours 4^h 28′, d'où l'on trouve ſon moyen mouvement annuel de 12^d 13′ 35″ 14‴.

Il eſt aiſé de voir que l'exactitude du moyen mouvement annuel de Saturne que nous venons de déterminer, dépend de deux cauſes principales : la premiere, de la ſituation de Saturne à l'égard de ſon Aphelie, dont le mouvement peut augmenter ou diminuer la quantité de ce moyen mouvement annuel de 9 à 10″; en ſecond lieu, du mouvement prodre des Etoiles fixes dont nous nous ſommes ſervi pour déterminer la ſituation de l'épaule Auſtrale de la Vierge, dans le tems qu'elle étoit en conjonction avec Saturne.

Pour ce qui eſt de la ſituation de Saturne à l'égard de ſon Aphelie, elle s'eſt trouvée dans les Obſervations que nous avons comparées enſemble aſſés près de ſes moyennes diſtances de part & d'autre, comme on le verra dans la ſuite; de ſorte que l'inégalité cauſée

par le mouvement de ſon Aphelie, ne peut produire qu'une petite différence dans le moyen mouvement de Saturne, ce qui rend cette Obſervation très favorable pour cette recherche.

A l'égard du mouvement des Etoiles fixes, le grand nombre d'Obſervations que l'on a faites dans les derniers ſiecles, comparées entre elles & avec celles de Ptolémée, font voir qu'il eſt beaucoup plus prompt que cet Aſtronome ne l'a déterminé, & que la ſituation de l'épaule Auſtrale de la Vierge que nous avons marquée pour le tems de l'Obſervation des Caldéens, ne peut pas différer ſenſiblement de celle qu'elle avoit réellement. Cependant ſi l'on ſuppoſe avec Ptolémée, que la longitude de cette Etoile fût alors à 9^d 30′ 0″ de la Vierge, & le lieu moyen du Soleil à 6^d 10′ des Poiſſons, on aura ſon vrai lieu pour ce tems à 8^d 7′ du même Signe; d'où il ſuit que l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil ſeroit arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant J. C. à 7″ ½ du ſoir, le vrai lieu de Saturne étant à 9^d 25′ de la Vierge. Suivant cette détermination, on aura la révolution moyenne de Saturne de 29 années communes, 162 jours & 15^h, plus grande de 10^h qu'on ne l'avoit trouvé ci-deſſus, & le moyen mouvement annuel de cette Planete de 12^d 13′ 33″ 26‴, plus petit ſeulement de 1″ 48‴ que par la comparaiſon précédente.

Comme l'on ne peut pas, par une Obſervation ſeule, trouver le lieu de l'Aphelie de Saturne, qu'il eſt néceſſaire, comme on l'a dit

dit ci-deſſus, de connoître pour déterminer plus exactement le moyen mouvement de cette Planete, nous examinerons ce qui reſulte des Obſervations qui ont été faites dans la ſuite à Alexandrie par Ptolémée.

La premiere eſt arrivée la 11e. année d'Adrien, le 7e. jour du mois de Pachon, le ſoir, Saturne étant à 1d 13′ de la Balance, diametralement oppoſé avec le lieu moyen du Soleil.

La ſeconde, la 17e. année d'Adrien, le 11e. jour du mois d'Epiphi, à 4 heures après midi exactement, Saturne étant à 9d 40′ du Sagittaire.

La troiſieme, la 20e. année d'Adrien le 24e. du mois de Meſori, à midi préciſément, Saturne étant à 14d 14′ du Capricorne.

Ce même Auteur ajoûte que de la premiere à la ſeconde Obſervation il y a ſix années Egyptiennes, 70 jours & 22h; d'où il ſuit que la premiere Oppoſition eſt arrivée le 7e. jour du mois de Pachon à 6h après midi, & que c'eſt ainſi que l'on doit entendre qu'elle a été obſervée le 7e. de ce mois au ſoir.

Le P. Riccioli qui a réduit le tems de ces Obſervations à nos Epoques, marque au Chapitre cinq du cinquieme Livre de ſon Aſtronomie reformée, que la premiere de ces Obſervations ſe rapporte au 27 Mars de l'année 127 après J. C. à 6 heures du ſoir.

La ſeconde, au 4 Juin de l'année 133, à 4 heures du ſoir; & la troiſieme au 9 Juillet de l'année 136 à midi.

Comme Ptolémée n'a point expliqué la méthode qu'il a employée pour déterminer le

tems & le lieu de l'Oppoſition de Saturne avec le lieu moyen du Soleil, nous ſuppoſerons ce qui nous a paru le plus vrai-ſemblable, qu'ayant déterminé vers le tems de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil, ſon vrai lieu par rapport aux Etoiles fixes dont la ſituation lui étoit connue, il en a conclu le tems où cette Planete étoit en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil, calculé par ſes Tables. Ce qui nous confirme encore dans notre ſentiment, eſt que dans le rapport que Ptolémée fait de la conjonction de Saturne avec l'épaule Auſtrale de la Vierge, il a calculé le lieu moyen du Soleil pour le tems de ſes Obſervations.

Ainſi nous employerons pour la comparaiſon de ſes Obſervations avec les nôtres, le lieu de Saturne tel qu'il l'a marqué, & nous chercherons le tems vrai de ſon Oppoſition avec le vrai lieu du Soleil par le moyen de nos Tables du Soleil, qui par le grand nombre d'Obſervations qui ont été faites depuis ce tems-là, doivent être jugées plus exactes que celles dont Ptolémée s'eſt ſervi. Nous reduirons auſſi le tems de ſes Obſervations faites à Alexandrie au Meridien de Paris, qui eſt plus Occidental d'une heure 52 minutes, qu'il faut retrancher pour avoir l'heure véritable au Meridien de Paris.

Sur ce fondement, nous avons trouvé que la premiere Oppoſition de Saturne avec le Soleil, eſt arrivée le 23 Mars de l'année 127 à $14^h\ 6'$, le vrai lieu de Saturne étant à $1^d\ 29'\ 8''$ de la Balance.

La ſeconde, le 2 Juin de l'année 133 à 4^h.

4^h 36′ après midi, Saturne étant à 9^d 48′ 32″ du Sagittaire.

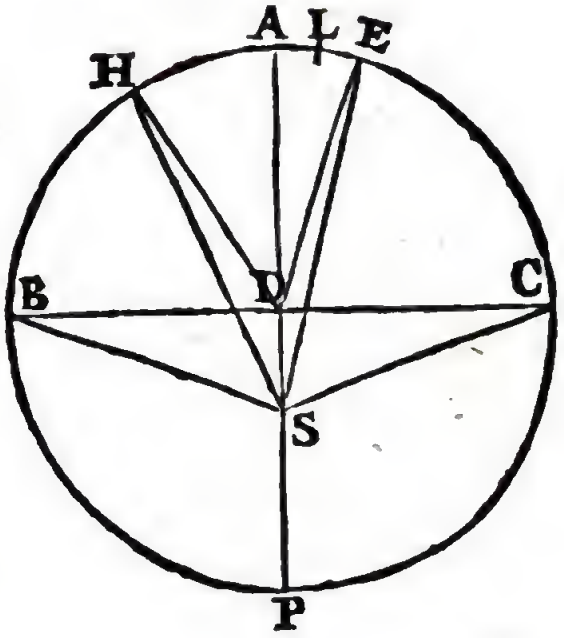
La troiſieme, le 8 Juillet de l'année 136 à 1^h 10′ après midi, Saturne étant à 14^d 17′ 56″ du Capricorne.

Les trois Obſervations que nous venons de rapporter ayant été faites pendant le cours d'une même revolution, & le moyen mouvement de Saturne ayant été determiné par l'Obſervation des Caldéens de 12^d 13′ 35″ 14‴, on les employera ſuivant la 6e. methode preſcrite dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1723, pour determiner le vrai lieu de ſon Aphelie, que l'on trouvera le 2 Janvier de l'année 132 à 24^d 14′ 29″ du Scorpion.

Pour faire uſage de ces Obſervations, nous les comparerons à celles qui ont été faites de notre tems, afin que l'erreur qui ſe peut trouver dans chaque Obſervation étant diſtribuée en pluſieurs revolutions, en cauſe une moins ſenſible dans chacune d'elles.

Les oppoſitions que nous avons determinées à l'Obſervatoire Royal commencent en 1685, & nous en avons une ſuite non interrompue pendant 42 années, ce qui nous donne le moyen de pratiquer pour la détermination de l'Aphelie de Saturne, une methode qui ne demande aucune connoiſſance de la courbe que décrit une Planete, mais ſeulement que ſon movement depuis ſon Aphelie juſqu'à ſon Perihelie ſoit ſemblable en ſens contraire à celui que l'on obſerve depuis ſon Perihelie juſqu'à ſon Aphelie.

Pour l'intelligence de cette methode, ſoit



une Figure quelconque *A B P C* circulaire ou elliptique, qui repreſente l'Orbe d'une Planete. *S*, le Soleil placé ſur quelque point de l'axe *A P*, lequel paſſe par les points *A* & *P* de l'Aphelie & du Perihelie d'une Planete. Si l'on ſuppoſe qu'elle parcoure l'Orbe *A B P C* avec tous les degrés de vîteſſe que l'on jugera à propos, de maniere cependant que les arcs *A B* & *A C* étant ſemblables & égaux, ſon mouvement depuis *A* juſqu'en *B* ſoit ſemblable à ſon mouvement depuis *C* juſqu'en *A* en ſens contraire; il eſt conſtant, que ſi dans le tems de l'Oppoſition de cette Planete avec le Soleil, elle ſe trouve dans ſon Aphelie en *A*, on la verra dans les trois premiers ſignes de ſon Anomalie paſſer par tous les degrés de ces inégalités, juſqu'à ce qu'elle ſoit arrivée à ſa moyenne diſtance en *B*, où ſon inégalité eſt la plus gran-

grande qui ſoit poſſible, après quoi on verra diminuer cette inégalité dans les trois ſignes ſuivans, juſqu'à ce qu'elle ſoit arrivée à ſon Perihelie en *P*, où cette inégalité ceſſe entierement.

La Planete continuant enſuite ſon cours de *P* vers *C*, ſes inégalités reparoîtront de nouveau, & de la même maniere qu'elles avoient diminué ou augmenté, juſqu'à ce qu'elle ſoit retournée à ſon Aphelie, où ſon vrai lieu concourt avec le moyen. Mais ſi la Planete au tems de ſon Oppoſition avec le Soleil, ſe trouve dans les moyennes diſtances comme en *B*, ſon vrai mouvement, après qu'elle aura achevé la moitié de ſa révolution, ſera meſuré par l'angle *BSC*, & ſon moyen par l'angle *CDB*, dont la différence à l'angle *BSC* eſt le double de la plus grande Equation: ainſi en comparant le mouvement vrai ou apparent de cette Planete avec le moyen, on verra ſon inégalité augmenter continuellement pendant le cours de ſix ſignes, après quoi elle diminuera continuellement juſqu'à ce qu'elle ſoit revenue à ſes moyennes diſtances.

Dans les autres ſituations de la Planete entre l'Aphelie ou le Perihelie & ſes moyennes diſtances, comme en *E* & *H*, la différence entre le vrai & le moyen mouvement va en augmentant, & le terme de cette augmentation eſt lorſque la Planete ſe trouve dans ſa moyenne diſtance, comme en *B*; car alors l'angle *ESB* ou *HSB* meſure la quantité de ſon vrai mouvement, & l'angle *EDB* ou *HDB*, ſon moyen mouvement, dont la

différence eſt meſurée par l'angle DBS, qui eſt le plus grand que l'on peut concevoir, plus l'angle DES lorſque la Planete étoit en E, & moins l'angle DHS lorſqu'elle étoit en H.

Connoiſſant donc par le moyen des Obſervations faites pendant une révolution, le tems qu'une Planete a employé à retourner au même point de ſon Orbe, qui ne différe du tems moyen que de l'inégalité cauſée par le mouvement de l'Apogée & du nœud, on aura le moyen mouvement qui convient à l'intervalle de tems entre la premiere Oppoſition obſervée & les ſuivantes, qu'on comparera au mouvement vrai ; & lorſque la différence ſera plus grande que celle qui ſuit ou précéde, on connoîtra que la Planete étoit alors la plus près qu'il eſt poſſible de ſes moyennes diſtances.

On comparera alors le mouvement vrai de la Planete avec ſon mouvement moyen qui convient à l'intervalle, entre cette derniere Oppoſition & les ſuivantes éloignées à peu près d'une demi-révolution ; & lorſque la différence ſera la plus grande qui ſoit poſſible, on en prendra la moitié, qui meſurera à très peu près l'angle DBS ou DCS de la plus grande Equation de ſon Orbe, que l'on déterminera enſuite plus exactement après avoir connu la ſituation de ſon Aphelie.

Cette Equation étant ainſi connue, on la retranchera de la différence que l'on a trouvée entre les angles BSE & BDE du vrai & du moyen mouvement depuis E juſqu'en B ; ou bien on retranchera de cette Equation la différence trouvée entre les angles HSB & HDB du vrai & du moyen mouvement depuis H juſqu'en

qu'en *B*; & l'on aura la valeur de l'angle *DES* ou *DHS*, qui meſure l'Equation de la Planete lorſqu'elle étoit en Oppoſition avec le Soleil au point *E* ou *H* de ſon Orbe.

Saturne étant parvenu, par exemple, du point *E* au point *L* dans une des Oppoſitions ſuivantes, on prendra le moyen mouvement qui répond au tems écoulé depuis le paſſage de Saturne par le point *E*, & ſon arrivée au point *L*. Si la différence entre le vrai & le moyen mouvement de cette Planete, ſe trouve égale à l'angle *DES*, c'eſt une preuve que ſon Aphelie eſt réellement au point *L*; ſi elle eſt plus petite, c'eſt une marque que la Planete n'étoit pas encore arrivée à ſon Aphelie, auquel cas on comparera une Oppoſition ſuivante, où la différence entre le vrai & le moyen mouvement ſera plus grande que l'angle *DES*, & le vrai lieu de Saturne ſera en *H* au-delà du point *A* de l'Aphelie, dont on déterminera la ſituation en faiſant, comme la différence entre le vrai & le moyen mouvement de la Planete depuis ſon paſſage par le point *E* juſqu'à ſon arrivée au point *H*, qui eſt meſurée par la ſomme des angles *DES* & *DHS*, eſt à l'angle *DES*; ainſi le mouvement vrai entre ces deux Oppoſitions eſt au nombre de degrés, minutes & ſecondes, qui étant ajoûtés au vrai lieu de Saturne lorſqu'il étoit au point *E*, donne le vrai lieu de ſon Aphelie, dont on déterminera l'Epoque en faiſant comme la ſomme des angles *DES* & *DHS* eſt à l'angle *DES*; ainſi le tems écoulé entre les deux Oppoſitions que l'on vient de comparer, eſt à un certain nombre de jours, qui étant ajoûté au tems de la premiere Oppoſition,

tion, donne le tems auquel Saturne ſeroit arrivé à ſon Aphelie, s'il n'avoit eu aucun mouvement pendant toute la révolution obſervée. Comme la ſituation de cette Aphelie répond également à tous les lieux de Saturne ſur ſon Orbe, on ajoûtera à l'Epoque que l'on vient de trouver, une demi-révolution de Saturne, qui eſt de 14 années & 264 jours, & l'on aura exactement l'Epoque de l'Aphelie de Saturne: ce qu'il falloit trouver.

Il eſt à propos de remarquer, que pour déterminer avec plus de préciſion le lieu de l'Aphelie ou du Perihelie, il faut, autant qu'il eſt poſſible, choiſir les Obſervations qui en ſont les plus proches de part & d'autre, parce qu'alors la variation cauſée d'un degré à l'autre entre le vrai & le moyen mouvement eſt la plus uniforme.

EXEMPLE.

Le 9 Juin de l'année 1693 on a obſervé à Paris l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil à $19^h\ 33'$, Saturne étant à $19^d\ 54'\ 32''$ du Sagittaire.

Le 5 Juin de l'année 1722 à $13^h\ 9'$, Saturne fut en Oppoſition avec le Soleil, ſon vrai lieu étant à $14^d\ 52'\ 3''$ du Sagittaire: & le 17 Juin 1723 à $15^h\ 53'$ l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil fut déterminée à $26^d\ 12'\ 6''$ du même Signe. Suivant ces Obſervations, on trouve la révolution de Saturne de 29 années 169 jours $10^h\ 24'$, & ſon mouvement moyen annuel de $12^d\ 13'\ 5''\ 34'''$.

Si l'on compare l'Oppoſition de Saturne de

1693

1693 avec celle de 1700, qui eſt arrivée le 3 Septembre 1700 à 3^h 14′, Saturne étant à 10^h 57′ 40″ des Poiſſons, on trouvera que dans l'intervalle entre ces Obſervations qui eſt de ſept années communes 86 jours 7^h 41′, le mouvement vrai de Saturne a été de 2^s 21^d 3′ 8″, auxquels il répond 2^s 28^d 25′ 3″ de moyen mouvement, la différence eſt de 7^d 21′ 55″.

Comparant cette même Obſervation avec celle de 1701, qui eſt arrivée le 15 Septembre à 2^h 0″, Saturne étant à 23^d 21′ 26″ des Poiſſons, & avec celle de 1702, qui eſt arrivée le 29 Septembre à 8^h 51′, Saturne étant à 6^d 9′ 30″ du Belier, on trouvera par la premiere, la différence entre le vrai & le moyen mouvement de 7^d 34′ 15″, & par la ſeconde de 7^d 28′ 58″; d'où l'on voit que l'Oppoſition de 1701 eſt arrivée la plus près des moyennes diſtances. Comparant préſentement cette Oppoſition avec celles que l'on a obſervées après une demi-révolution, dont la premiere a été déterminée le 11 Mars 1715 à 16^h 55′, Saturne étant à 21^d 3′ 14″ de la Vierge; la ſeconde, le 23 Mars 1716 à 19^h 4′, Saturne étant à 3^d 48′ 1″ de la Balance; & la troiſieme, le 5 Avril 1717 à 16^h 27′, Saturne étant 16^d 13′ 56″ du même Signe, on trouvera que dans l'intervalle entre les Oppoſitions de 1701 & 1716, la différence entre le vrai & le moyen mouvement de Saturne a été de 12^d 54′ 10″ plus grande de 5′ 24″ que dans l'Oppolition précédente, & de 13′ 3″ que dans l'Oppoſition ſuivante, ce qui marque que l'Oppoſition de 1716 eſt arrivée la plus près des moyennes diſtances de cette Planete.

Prenant la moitié de 12^d 54′ 10″, on aura l'Equa-

quation de l'Orbe de Saturne de 6d 27′ 5″, qui approchera beaucoup de la veritable: retranchant 6d 27′ 5″ de 7d 34′ 15″, difference entre le vrai & le moyen mouvement qui resulte de la comparaison des années 1693 & 1701, on aura la valeur de l'angle *DES* de 1d 7′ 10″, qui mesure l'Equation de Saturne le 9 Juin de l'année 1693 à 19h 33′.

Comparant cette Opposition avec la suivante qui est arrivée le 21 Juin 1694 à 21h 25′, Saturne étant à 1d 12′ 6″ du Capricorne, on trouvera le moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre ces deux Oppositions, de 12d 37′ 23″, plus grand de 1d 19′ 49″ que son mouvement vrai. Comme cette différence est plus grande que l'angle *DES* qui a été trouvé de 1d 7′ 10″, c'est une marque que Saturne avoit passé l'Aphelie au tems de l'Opposition de 1694; c'est pourquoi l'on fera comme 1d 19′ 49″ est à 1d 7′ 10″, ainsi 11d 17′ 34″ sont à 9d 30′ 10″, qui étant ajoûtés à 8s 19d 54′ 32″, vrai lieu de Saturne au tems de son Opposition de 1693, donne le lieu de son Aphelie à 29d 24′ 42″ du Sagittaire. Enfin on fera comme 1d 19′ 49″ est à 1d 7′ 10″, ainsi une année 12 jours 2h intervalle entre les deux Oppositions, est à 317 jours 16h, qui étant ajoûtés au 9 Juin de l'année 1693 à 19h 33′, donne le 23 Avril de l'année 1694 à 12h. Ajoûtant à ce tems, la demi-révolution de Saturne qui a été observée de 14 années 217 jours & 5h, on trouvera que l'Aphelie de Saturne étoit à 29d 24′ 42″ du Sagittaire le 24 Fevrier de l'année 1709. Nous avons trouvé par d'autres méthodes exposées

dans

dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1723 (p. 201 & ſuiv.) que l'Aphelie de Saturne étoit en 1694 à 28d 39′ 27″ du Sagittaire, d'où il réſulte qu'il étoit en 1709 à 29d 0′ du même Signe éloigné de 25′ de celui que l'on vient de trouver. Mais par les Obſervations faites près du Perihelie, où l'a trouvé à la fin de 1708 à 28d 20′ 10″ du même Signe, moins avancé de plus d'un degré, que par les Obſervations que nous venons de rapporter.

Comparant le vrai lieu de l'Aphelie ainſi determiné, avec celui que l'on a trouvé par les obſervations de Ptolemée à 24d 14′ 29″ du Scorpion pour le 2 Janvier de l'année 132, il reſulte que dans l'intervalle de 1577 années, cet Aphelie a eu un mouvement de 35d 10′, ce qui eſt à raiſon de 1′ 20″ par année.

Le vrai lieu de l'Aphelie de Saturne & ſon mouvement étant ainſi connus, on aura l'Equation de cette Planete qui repond à chaque Obſervation, qui étant appliquée à ſon vrai lieu, donne ſa longitude moyenne, avec laquelle on trouvera par l'obſervation des Caldéens la révolution moyenne de Saturne de 29 années 162 jours 2h 54′, & ſon mouvement moyen annuel de 12d 13′ 35″ 32‴, plus grand ſeulement de 18 tierces que celui que l'on avoit trouvé immédiatement ſans avoir égard au mouvement de ſon Aphelie.

Appliquant de même le lieu de l'Aphelie de Saturne aux obſervations de Ptolemée, on trouve par la premiere, le moyen mouvement de Saturne de 12d 13′ 36″ 0‴, par la ſeconde de 12d 13′ 36″ 38‴, & par la troiſieme de 12d 13′ 36″ 58‴, éloigné ſeulement

ment

ment d'une ſeconde moins quelques tierces de celui que l'on a déterminé par l'obſervation des Caldéens.

Cette uniformité dans la comparaiſon des obſervations anciennes avec les nôtres, auroit dû, ce ſemble, ſe rencontrer dans la comparaiſon de nos obſervations entre elles.

Cependant en comparant de la même maniere l'oppoſition de l'année 1685, qui eſt la premiere de celles que nous avons déterminées, avec celles de 1714 & 1715, on trouve la revolution moyenne de Saturne de 29 années 168 jours & 16 heures, plus grande de 6 jours & 13 heures, & ſon moyen mouvement annuel de $12^d\ 13'\ 8''\ 43'''$ plus petit de 27 à 28 ſecondes que ce qui reſulte des obſervations anciennes. Cette même difference ſubſiſte, & eſt même quelquefois plus grande dans la comparaiſon des obſervations ſuivantes juſqu'en l'année 1727, ce qui pourroit donner lieu de conjecturer que le mouvement de Saturne ſe ſeroit ralenti dans la ſuite des ſiecles.

En effet ſi l'on compare nos obſervations avec celles qui ont été faites par Tycho depuis l'année 1582 juſqu'en 1600, on trouve par le plus grand nombre de ces obſervations le mouvement moyen annuel de Saturne de $12^d\ 13'\ 20''$, plus petit que celui qui reſulte des obſervations anciennes, & plus grand que celui que nous trouvons preſentement.

Cette même remarque avoit été faite par M. Maraldi dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1704, où il trouve que pour mieux repreſenter les obſervations de Tycho

avec

avec les nôtres, il faudroit corriger le moyen mouvement de Saturne; mais qu'en le diminuant dans la même proportion pour calculer l'obſervation faite des Caldéens ou Aſſyriens, le calcul fondé ſur cette hypotheſe s'éloigne de pluſieurs degrés de l'obſervation, ce qu'il juge être une difference trop grande pour pouvoir être tolerée dans une obſervation de la conjonction de Saturne avec une Etoile fixe, & qui ſuivant le témoignage de Ptolémée eſt exacte.

Pour éclaircir autant qu'il eſt poſſible cette difficulté, nous avons calculé les Oppoſitions de Saturne avec le Soleil qui reſultent des Obſervations faites à Dantzick par Hevelius, depuis l'année 1657 juſqu'en 1683, & celles qui ont été obſervées en Angleterre par Flamſteed, depuis l'année 1676 juſqu'en 1697. Entre les Obſervations de Flamſteed, il s'en trouve onze que nous avons faites en même tems à l'Obſervatoire, & nous avons eu la ſatisfaction de les trouver auſſi conformes entre elles, qu'on peut l'eſperer des Obſervations faites en divers endroits & où l'on a employé divers élémens pour calculer les Oppoſitions qui en reſultent, y en ayant pluſieurs qui ne différent les unes des autres que de quelques ſecondes. Nous avons auſſi trouvé deux Obſervations faites en même tems par Flamſteed & Hevelius, leſquelles s'accordent exactement enſemble, ce qui fait voir que l'on peut auſſi compter ſur les Obſervations d'Hevelius, qui ont été faites de même que celles de Tycho, par le moyen des diſtances de Saturne aux Etoiles fixes obſervées vers le

tems

tems de ſon Oppoſition avec le Soleil.

En comparant d'abord l'Oppoſition de 1676 obſervée par Hevelius avec les nôtres de 1705 & 1706, on trouve le moyen mouvement annuel de Saturne de 12d 13′ 29″ 34‴ plus grand que celui que nous avons déterminé par nos propres Obſervations, mais plus petit de ſix ſecondes que celui qui reſulte des Obſervations anciennes. On trouve ce moyen mouvement encore plus grand de près de deux ſecondes, par la comparaiſon de l'Obſervation de Flamſteed en 1676, qui ne différe que de 52 ſecondes de degré de celle d'Hevelius.

On trouve le moyen mouvement à peu près de la même quantité, par la comparaiſon de l'oppoſition de l'année 1677; mais il paroît diminuer dans les Obſervations ſuivantes. Ce moyen mouvement paroît au contraire être plus grand à peu près de la même quantité par la comparaiſon des Obſervations d'Hevelius avec celles que nous avons faites une révolution après; mais il ſe trouve plus petit par la comparaiſon des mêmes Obſervations avec les nôtres faites après deux révolutions. C'eſt apparemment par la comparaiſon de ces Obſervations, ou d'autres faites à peu près dans le même tems, que M. de la Hire dans ſes Tables Aſtronomiques, a déterminé le moyen mouvement annuel de Saturne de 12d 13′ 29″ 30‴, plus petit de ſix ſecondes ou environ que la plûpart des Aſtronomes avant lui ne l'avoient déterminé, en ſe conformant à ce qui reſulte des Obſervations

tions anciennes comparées avec les modernes.

On repréſente en effet aſſés exactement le vrai lieu de Saturne par le moyen de ſes Tables dans les Oppoſitions obſervées depuis l'année 1675 juſqu'en 1709. Mais ſi l'on employe ces mêmes Tables pour déterminer le vrai lieu de Saturne dans les Obſervations les plus anciennes, on trouve entre le vrai lieu de Saturne obſervé & celui qui reſulte du calcul, une différence qui monte à trois degrés ou environ. Cette différence eſt trop grande pour qu'elle échappe à l'exactitude de quelque Obſervateur que ce ſoit; ainſi il eſt néceſſaire pour ſe perſuader de l'exactitude de ſes Tables, ou de rejetter entierement les Obſervations anciennes comme défectueuſes, ou de ſuppoſer que le mouvement de Saturne ſe ſoit ralenti dans la ſuite des ſiecles.

A l'égard de la premiere ſuppoſition, il paroît qu'il faut un plus grand nombre d'Obſervations que celles que l'on a faites juſqu'à préſent, pour pouvoir reconnoître ſi les Obſervations anciennes ſont entierement défectueuſes; c'eſt d'ailleurs ſe priver d'un grand ſecours, que de les rejetter entierement & d'être reduit à ſe contenter de celles qui ont été faites depuis Tycho, qui ne comprennent qu'un petit nombre de révolutions.

La ſeconde ſuppoſition ne doit pas être admiſe plus facilement, puiſque nous n'avons point encore d'exemple de ralentiſſement dans les mouvemens des Planetes, & qu'il y auroit un grand inconvénient de leur en attribuer, à moins qu'il ne fût impoſſible de repré-

préſenter autrement leur véritable mouvement. Elle demanderoit outre cela que le mouvement de Saturne parût ſe ralentir ſuivant une progreſſion conſtante, au lieu que nous avons remarqué qu'après avoir paru plus petit par la comparaiſon de nos Obſervations avec celle de Tycho, il avoit paru plus grand par les Obſervations d'Hevelius comparées avec celles qui avoient été faites après une révolution, & plus petit par les mêmes Obſervations comparées à celles que nous avons faites après deux révolutions.

Nous avons donc jugé, que pour repréſenter le moyen mouvement de Saturne le plus exactement qu'il ſeroit poſſible, il étoit néceſſaire d'examiner, ſi les inégalités que l'on obſerve dans ſon vrai mouvement pouvoient être cauſées par quelque variation dans le mouvement de l'Aphelie. Nous avons pour cet effet examiné les Oppoſitions de Saturne obſervées près des moyennes diſtances, où la variation cauſée par quelques degrés dans la ſituation de l'Aphelie, n'en peut cauſer qu'une fort petite dans le vrai lieu de Saturne.

Entre les diverſes Oppoſitions obſervées près des moyennes diſtances, nous trouvons celles qui ont été déterminées en 1642 par le P. Riccioli, en 1657 & 1671 par Hevelius, & en 1687, 1701 & 1718 par les Obſervations de M. Flamſteed & les nôtres.

En comparant celle de 1642 avec celle de 1671, on trouve le moyen mouvement annuel de Saturne de 12d 13′ 8″; & en comparant l'Oppoſition de 1671 avec celle de

1701,

1701, on trouve ce moyen mouvement de 12d 13' 47". Tout au contraire, comparant l'Oppoſition de 1657 obſervée près des moyennes diſtances à 9 Signes ou environ de l'Aphelie, avec celle de 1686, on trouve le moyen mouvement de Saturne de 12d 13' 32", & comparant l'Oppoſition de 1687 avec celle de 1716, on trouve ce moyen mouvement de 12d 13' 2", beaucoup plus petit que par les comparaiſons précédentes.

Comme dans la ſituation de Saturne ſur ſon Orbe au tems de ces obſervations, une variation de 5 à 6 degrés dans le lieu de ſon Aphelie n'en pourroit cauſer qu'une de 4 à 5" dans le moyen mouvement annuel de Saturne, on peut conclurre avec aſſés d'évidence que les inégalités que l'on y obſerve ne ſont point cauſées par quelque mouvement de ſon Aphelie.

Il reſte donc à examiner, ſi on peut leur aſſigner quelque autre cauſe qui ſoit ſuſceptible de quelque regle.

On ſait que quelques Phyſiciens modernes ont ſuppoſé que les Planetes peuvent recevoir quelque alteration dans leur mouvement par les diverſes ſituations qu'elles ont entre elles. Cette hypotheſe ne repugne en rien aux principes de Phyſique les plus generalement reçûs; car tout étant plein, les tourbillons de ces Planetes ne peuvent s'approcher ou s'éloigner l'un de l'autre, ſans que les corps qui s'y trouvent renfermés ne reçoivent quelque impreſſion de la combinaiſon de ces mouvemens. Mais il s'agit de ſavoir ſi ces im-

preſſions ſont aſſés ſenſibles pour que nous puiſſions nous en appercevoir.

Comme de toutes les Planetes, Jupiter ſe trouve le plus près de Saturne ; que d'ailleurs il les ſurpaſſe toutes en grandeur, & qu'il eſt environné de quatre Satellites qui font juger que ſon tourbillon s'étend à une aſſez grande diſtance, nous avons examiné les tems où il s'eſt trouvé vers ſa conjonction ou oppoſition avec Saturne & ſes moyennes diſtances.

Entre nos obſervations, nous trouvons celles de 1683, 1702 & 1723, où Jupiter s'eſt trouvé près de ſa conjonction avec Saturne; & celles de 1673, 1693 & 1713, où il étoit près de ſon oppoſition avec cette Planete.

Comparant l'obſervation de 1673 avec celle de 1678, où ces Planetes étoient éloignées l'une de l'autre d'environ trois ſignes, on trouve que le mouvement de Saturne a été plus grand de 2′ 43″ que celui que l'on auroit dû y obſerver, ſi ſon moyen mouvement annuel avoit été de 12d 13′ 35″ 32‴; il ſe trouve de même plus grand de 1′ 3″ depuis 1678 juſqu'au tems de la conjonction de ces deux Planetes en 1683. On trouve de même que le mouvement de Saturne a été plus grand de 7′ 52″ depuis 1683 juſqu'en 1688, & qu'il a été plus grand d'environ 2 minutes depuis 1688 juſqu'à l'oppoſition de ces deux Planetes en 1693, ce qui ſembleroit d'abord favorable à cette hypotheſe; mais depuis 1693 juſqu'en 1698, & depuis 1698 juſqu'à la conjonction de 1702, on trouve le

vrai

vrai mouvement plus petit de trois ou quatre minutes que le moyen. On trouve de même le mouvement vrai de Saturne plus petit de 10 minutes depuis 1702 juſqu'en 1707, & plus petit d'environ 4 minutes depuis 1707 juſqu'à l'oppoſition de ces deux Planetes en 1713, ce qui eſt entierement contraire à ce que l'on avoit trouvé par la comparaiſon des premieres obſervations.

Enfin on trouve le mouvement vrai de Saturne plus grand d'une minute 19″ depuis l'oppoſition de 1712 juſqu'en 1717, & plus grand de 3′ 23″ depuis 1717 juſqu'en 1723.

Toutes ces varietés dans les mouvemens de Saturne, qui ne ſuivent aucune regle conſtante & qui ſe trouvent dans la ſuite en ſens contraire de celles que l'on avoit obſervées d'abord, font connoître avec aſſés d'évidence que les differentes ſituations de Saturne à l'égard de Jupiter, ne produiſent aucun effet ſenſible ſur les mouvemens de Saturne.

Nous avons jugé devoir faire ces remarques afin de rendre les Aſtronomes attentifs à obſerver les inégalités de Saturne, & à tâcher d'en découvrir la cauſe; & quoique le plus grand nombre d'obſervations depuis Tycho juſqu'à nous, demande une diminution dans le moyen mouvement de Saturne, comme il ſe trouve quelques obſervations qui y ſont contraires, nous avons cru devoir en attendant que l'on s'en ſoit aſſûré, determiner la révolution moyenne de Saturne de 29 années 162j 2^{h} 54′, & ſon mouvement moyen annuel de 12^{d} 13′ 35″ 32‴, tel qu'il réſulte

des obſervations les plus anciennes comparées aux nôtres.

SUITE D'OBSERVATIONS

Sur les Huiles eſſentielles, leur altération, & la maniere de rectifier celles de certains fruits; avec un examen des changemens qui arrivent à l'Huile d'Anis.

Par M. GEOFFROY le Cadet. *

LES Huiles eſſentielles qu'on tire des differentes parties des Plantes, & auxquelles on donne par excellence les noms d'*Eſprits*, d'*Eſſences* & de *Quinteſſences*, ſont aſſés importantes par leur rareté & par l'uſage qu'on en fait, pour mériter l'attention d'un Chymiſte. J'ai donné en 1721 un Mémoire ſur ces Huiles, avec differens moyens de les extraire & de les rectifier. Comme je n'ai point abandonné ce travail, je vais rapporter les differentes obſervations que j'ai faites depuis, & je commencerai par celles qui regardent la maniere de perfectionner, s'il eſt poſſible, la rectification de quelques-unes de ces Eſſences qui ſont très difficiles à conſerver.

Quelque belles, quelque fluides & quelque odorantes que paroiſſent d'abord les Huiles eſſentielles qui nous viennent d'Italie, & qu'on tire des Cedras, des Limettes, des Ber-

* 13 Mars 1728.

Bergamottes, &c. elles s'alterent insensiblement par l'évaporation de ce qu'elles ont de plus subtil : alors les Sels qu'elles contiennent, étant moins étendus, agissent plus fortement sur la partie sulphureuse de ces Huiles : ils en forment une véritable résine liquide, plus colorée, & qui ne se mêle plus avec la liqueur qui la surnage : en cet état ces Huiles perdent leur odeur naturelle : les unes sentent la Terebenthine ; d'autres prennent une odeur forte qui approche de celle du Carvi ou du Cumin. Lorsqu'on s'apperçoit de ce changement d'odeur, il faut les rectifier, sans attendre qu'elles soient alterées davantage.

Leur altération se reconnoît encore à d'autres marques ; & M. Hoffman a remarqué dans ses Observations Chymiques, que l'acide contenu dans les Huiles essentielles efface en se développant l'écriture du papier qui coiffe les bouteilles. Il dit aussi que pour prévenir cette altération, il faut les garantir de l'impression de l'air exterieur, en les bouchant le plus exactement qu'il est possible, & ayant attention que les bouteilles soient toûjours pleines ; c'est à-dire, en y versant de l'eau, à mesure qu'on en tire de l'Huile essentielle. J'ai observé que lorsque ces Huiles vieillissent, le liege qui en bouche les bouteilles, commence à perdre sa couleur naturelle, & à devenir d'un blanc jaunâtre. Ce changement de couleur dans le liege est une preuve de l'acide volatil qui est contenu dans ces Huiles ; puisque nous voyons que certains acides, après avoir produit un pareil effet,

détruiſent même le liege totalement. Les Huiles de Terebenthine, de Sauge, de Genievre, de Romarin, qui vieilliſſent, m'ont paru produire de ſemblables changemens ſur les bouchons de liege.

C'eſt dans le tems de ce premier degré d'altération, qu'on peut encore y remedier par une nouvelle diſtillation; car ſi l'on attend davantage, on trouvera que l'odeur des Huiles eſſentielles aura changé, & qu'il ſe ſera formé au fond des bouteilles un cercle, plus ou moins étendu, d'une matiere épaiſſe & réſineuſe.

La méthode de rectifier les Huiles eſſentielles par l'Eſprit de Vin, que j'ai donnée dans mon premier Mémoire, eſt bonne pour celles qu'on a aiſément en aſſés grande quantité; mais pour celles qui ſont plus rares, j'ai cherché un autre moyen de les rectifier qui fût plus avantageux.

J'ai pris pour eſſai des Bergamottes: j'en ai employé deux cens de la petite eſpece. Leurs écorces miſes en maceration au Bain-marie pendant cinq jours avec dix pintes d'eau tiede, m'ont rendu une once cinq gros d'Huile eſſentielle. L'année ſuivante, j'ai diſtillé de la même maniere les écorces de deux cens Bergamottes de la groſſe eſpece, qui m'ont donné trois onces deux gros & demi d'une ſemblable Huile eſſentielle, limpide, odorante & amere au goût: car elle conſerve toute l'amertume que le fruit porte avec ſoi. J'y ai ſeulement trouvé une legere odeur empyreumatique, dont les Huiles eſſentielles qui nous viennent de Rome ſont ex-

exemptes, parce que les bonnes ſont faites en exprimant les zeſtes de ces ſortes de fruits contre une glace; c'eſt ce qui eſt cauſe auſſi qu'elles laiſſent preſque toûjours un ſédiment bourbeux au fond des bouteilles.

Il s'agiſſoit donc de rectifier l'Huile eſſentielle que j'avois tirée, ſans riſquer de la perdre. Après avoir cherché d'où pouvoit venir l'odeur de feu que cette Eſſence avoit contractée dans la diſtillation, il me parut que je ne devois pas douter qu'il n'arrivât aux Huiles diſtillées, même par le Bain-marie, ce qui arrive aux plantes diſtillées à l'alambic ſimple. C'eſt que les Plantes qui touchent au fond ou aux parois du vaiſſeau, venant à ſe brûler ou du moins à ſe rôtir, produiſent une Huile fétide, qui ſe mêle avec l'Huile eſſentielle des matieres qui ſont au milieu de la Cucurbite. On peut éviter une partie de cet inconvénient, en verſant de tems en tems de l'eau chaude dans la Cucurbite pour remplacer celle qui diſtille, afin que les matieres en diſtillation puiſſent nager toûjours dans une même quantité de liquide.

Voilà, ce me ſemble, la cauſe de l'odeur d'empyreume que je remarquois dans mon Huile de Bergamotte, quoiqu'elle eût été tirée avec la précaution que je viens de dire. Outre ſa rectification que je me propoſois, j'aurois voulu encore éviter un autre inconvenient que j'avois éprouvé dans divers eſſais de rectification; c'eſt que les Huiles eſſentielles miſes à rectifier au Bain-marie dans un vaiſſeau d'étain dont on eſt obligé de ſe ſervir lorſqu'on veut adapter un réfrigerant, di-

diminuent de beaucoup, parce que les pores de ce metal retiennent une portion d'Huile assés considerable.

Pour corriger l'odeur d'empyreume, dont je viens de parler, je pris un vaisseau de verre chargé au dessous de quelque poids: je le suspendis dans la Cucurbite du Bain-marie pleine d'eau, de maniere que l'eau dont ce verre étoit environné, montoit à la hauteur que devoit occuper la surface de l'Huile essentielle: je pris soin qu'il y eût une distance de deux ou trois lignes entre les parois des deux vaisseaux, afin que l'eau échauffée pût enlever par sa vapeur la partie la plus ténue de l'Huile essentielle, à mesure qu'elle s'éleveroit. Cette Cucurbite ainsi disposée dans son Bain-marie, fut couverte d'un chapiteau à réfrigerant, auquel j'adaptai un récipient, posé de maniere que la liqueur pût tomber droit au fond: Circonstance nécessaire pour bien rassembler l'Huile, parce que l'eau tenant par sa vapeur les parois du matras ou récipient humectés également, empêche que l'Huile ne s'y colle, ce qui arrive lorsque le récipient est incliné; l'Huile, plus legere que l'eau, s'attachant alors aux parois de ce vaisseau, une partie y demeure collée en pure perte. Par ce moyen j'ai retiré une Huile essentielle de Bergamotte, limpide comme de l'eau, d'une odeur très agreable & d'un goût amer. Ayant démonté les vaisseaux, j'ai trouvé dans le vaisseau de verre suspendu un demi-gros d'une liqueur de consistance de Baume, de couleur jaune & d'une odeur forte, qui retenoit presque toute l'odeur d'em-

d'empyreume de la premiere diſtillation.

Je reconnus par-là, que mon eſſence de Bergamotte, qui, avec le ſoin que j'avois pris pour l'extraire, devoit paſſer pour excellente, contenoit encore un demi-gros d'une matiere groſſiere capable de l'alterer en peu de tems. J'ai eu de cette maniere une eſſence rectifiée, pure, ſubtile & preſque exemte de cette odeur de feu qu'on ne ſauroit éviter par les diſtillations ordinaires. La réſidence épaiſſe que j'en ai ſeparée eſt une liqueur pareille à celle que j'ai trouvée dans toutes les Huiles aſſentielles qui vieilliſſent.

M. Hoffman a remarqué un ſel acide dans les Huiles eſſentielles; & il donne une méthode pour le rendre ſenſible en le cryſtalliſant par le moyen du Sel de Tartre qu'il imbibe de ces Huiles: ſon procedé ſe vérifie par le Savon de Tartre qui eſt un mêlange de Sel de Tartre & d'Huile de Terebenthine, & dans lequel j'ai trouvé des Cryſtaux qui n'ont pû être formés que par le Sel acide que l'Huile de Terebenthine contient.

Par la méthode de rectifier les Huiles eſſentielles que je viens de propoſer, on a le moyen, non ſeulement de les avoir plus pures & plus agreables, mais encore de les ſéparer des matieres étrangeres que ceux qui les vendent ont accoûtumé d'y mêler en les ſophiſtiquant. Ils ne peuvent les alterer que de trois manieres; ou par le mêlange des Huiles graſſes, comme d'Olives, d'Amandes douces, ou de Ben; ou par celui de quelque eſſence moins précieuſe; ou par celui de l'Eſprit de Vin, défaut ordinaire des

Huiles eſſentielles que nous ſommes obligés de tirer des Hollandois. Or par la méthode de rectifier que je donne, on découvre tous ces défauts; car s'il y a quelque Huile graſſe mêlée, elle reſtera ſurement au fond du vaiſſeau de verre: ſi c'eſt de l'Eſprit de Vin, en ſe joignant à l'eau il quittera l'eſſence: ſi ce ſont d'autres Huiles eſſentielles plus communes, leurs differens degrés de legereté indiqueront la fourberie. C'eſt par cette rectification que j'ai reconnu que de l'Huile eſſentielle de Canelle étoit mêlangée d'eſſence de Citron, qui comme plus legere monta la premiere & ſe fit remarquer à l'odeur. C'eſt auſſi par la même rectification que j'ai ſeparé l'Huile graſſe dont on avoit alteré en Hollande de l'Huile eſſentielle de Geroſle. J'ai examiné par cette méthode ce que pouvoit contenir de matiere épaiſſe & réſineuſe l'Huile eſſentielle de Bergamotte, telle qu'on nous l'apporte de Nice: j'en avois 6 gros & 27 grains: après la rectification j'ai trouvé 56 grains de réſidence, au lieu que par rapport à celle que j'avois tirée moi-même, cette réſidence n'auroit dû être que de 18 ou 20 grains au plus. Ce qui eſt une preuve que mon Huile de Bergamotte étoit déja rectifiée en partie dès la premiere diſtillation, par la précaution que j'ai rapportée.

En examinant d'autres Eſſences qu'on tire de Reggio, j'ai trouvé auſſi des réſidences conſidérables, dans leſquelles j'ai remarqué des Cryſtaux fins qui formoient des eſpeces de panaches: marque certaine que ces Huiles contiennent un Sel acide. En traitant de

la

la même maniere une once d'Eſſence de Limette, j'ai retiré un demi-gros de réſidence rougeâtre, épaiſſe, remplie de panaches ſalines, & en plus grande quantité que dans les réſidences des Huiles eſſentielles de Bergamotte.

L'Huile de Cedra rectifiée au même poids, a laiſſé le double d'une réſidence, qui étoit épaiſſe, de couleur jaune, ſans aucune apparence de Cryſtaux. J'ai rectifié de nouveau la même Huile ; elle ne m'a laiſſé que 24 grains de réſidence ; & à une troiſieme rectification je n'en ai trouvé que 10. Ce n'eſt pas cependant que je croye qu'il ſoit néceſſaire de porter la rectification juſqu'à ce point, parce qu'on réduiroit à rien les Huiles eſſentielles.

L'Huile eſſentielle diſtillée des écorces de Citron au Bain-marie avec beaucoup d'eau, a laiſſé par once 24 grains de réſidence ſans aucune concrétion ſaline. Les Huiles de Bergamotte & de Citron ainſi diſtillées par le moyen de l'eau, ne laiſſent pas de Cryſtaux dans leur réſidence, parce que l'eau a retenu une partie des Sels que ces Huiles fourniſſent ordinairement, quand elles ſe tirent par la ſimple expreſſion des écorces ſuivant l'uſage d'Italie, où l'on a de ces fruits en aſſés grande abondance, pour en extraire l'eſſence ſans le ſecours du feu.

Un gros & demi d'eſſence de Limette ou petites Limes douces, dont les écorces rendent très peu d'Huile eſſentielle, & que j'avois diſtillée de la même maniere que les Bergamottes, étant rectifiée ſuivant mon procedé, a laiſſé 31 grains de

réſidence citrine en conſiſtance de Baume, & dans laquelle on n'apperçoit aucun Sel.

Il réſulte des rectifications que j'ai faites, qu'il n'y a apparemment que les eſſences de Bergamotte & de Limette tirées par expreſſion, qui contiennent des Sels acides ſenſibles ; puiſque ces Huiles diſtillées par le Bain-marie, ne m'ont laiſſé aucune concrétion ſaline après leur rectification : il ne me reſte de doute que ſur l'Huile de Cedra, dont je n'ai pû repeter aſſés les experiences. Mais pour la réſidence balſamique ou réſineuſe, elle eſt commune à toutes les eſſences qu'on rectifie par la méthode que j'ai décrite. Je ferai remarquer en paſſant, que les eſſences de Bergamotte ne ſont quelquefois foibles d'odeur que parce qu'elles ſont mêlées avec l'eſſence de Cedra, dont l'odeur eſt moins forte que celle de la Bergamotte.

J'ai mêlé de l'Huile de Bergamotte avec celle de Limette, à parties égales, & au poids de demi-once ; & j'ai obſervé, comme M. Hoffman, que les Huiles différentes qu'on veut unir, ſe troublent aſſés ordinairement lorſqu'on les mêle. J'ai rectifié ce mêlange : il m'a laiſſé un gros 44 grains d'une Huile épaiſſe qui ne m'a donné aucune concrétion ſaline. L'Huile rectifiée étoit d'abord d'une odeur très agréable, mais dans la ſuite il m'a paru qu'elle avoit pris une odeur rance beaucoup plutôt que chacune de ces Huiles rectifiées ſéparément, quoique dans le même tems.

Les Huiles de Cedra & de Bergamotte ſe ſont troublées auſſi en les mêlant ; & après leur

leur rectification, elles ont donné une réſidence pareille à la précédente, & ſans aucuns Cryſtaux.

L'Huile de Cedra mêlée avec celle de Limette, a produit la même réſidence, mais ſans ſe troubler dans le mêlange.

L'Huile rectifiée du mêlange de celles de Cedra & de Bergamotte a conſervé une odeur ſuave; ce que n'a pas fait l'Huile rectifiée tirée du mêlange des Huiles de Cedra & de Limette.

Après avoir fait remarquer les concrétions ſalines qui reſtent au fond du vaiſſeau, dans la réſidence des Huiles eſſentielles tirées par expreſſion, & qu'on peut regarder comme des Sels eſſentiels fixes, il faut parler préſentement des concrétions ſalines plus volatiles, qui s'élevent avec les Huiles eſſentielles les plus ténues, comme je l'ai obſervé dans la rectification de l'Huile de Terebenthine.

Ayant mis dans une Cornue de verre une livre & demie de cette Huile étherée pour la diſtiller à la vapeur de l'eau bouillante, j'en ai retiré à pluſieurs repriſes & à feu continuel dix-neuf onces & demi d'Huile rectifiée, ſubtile & volatile, que je conſervai à part. Après les premieres quatre onces tirées par cette diſtillation, je m'apperçus qu'il s'élevoit à la couronne de la Cornue, des Cryſtaux ſalins en aiguilles. Ce Sels paſſerent dans l'Huile qui continuoit de diſtiller, & ils ſe raſſemblerent en partie au fond des bouteilles, en forme de petites aiguilles fines, annoncelées irrégulierement. Je ſéparai quelques pieces de ces ramifications qui étoient attachées

au col de la Cornue, & en les brûlant ſur les charbons, elles répandirent une odeur réſineuſe & piquante : la réſidence reſta épaiſſe au fond de la Cornue, & ſans aucune marque de Sels. Voilà donc des concrétions ſalines volatiles qui s'élevent pendant la rectification de l'Huile de Terebenthine, quoique je l'euſſe diſtillée d'abord avec de l'eau, à la maniere des Plantes.

Les concrétions ſalines qu'on remarque dans les Huiles eſſentielles des Plantes, & qui ſe forment au fond des bouteilles, quand les eſſences qu'on y conſerve viennent à vieillir, paſſoient pour une eſpece de Camphre, parce qu'on ne ſoupçonnnoit pas que des parties ſalines puſſent monter avec une Huile ſubtile ; mais c'eſt un veritable Sel eſſentiel volatil, tel que celui qui eſt rendu ſenſible par le froid, dans l'Huile d'Anis. J'ai dit dans un précédent Mémoire de l'année 1721, qne l'Huile d'Anis ſe fige plus aiſément qu'aucune autre eſſence dès les premiers froids, & qu'elle ne reprend ſa fluidité qu'à un air très temperé. On ſait cependant que l'eſpece de conſiſtence que l'Huile d'Anis prend en ſe figeant, eſt bien differente de la glace ordinaire des autres liqueurs : ce ſont des lames minces, blanches, rangées les unes auprès des autres & partant d'un centre. Je n'avois pas remarqué juſqu'à préſent qu'il y eût des varietés à obſerver dans la congelation de cette Huile. Celle qui a ſervi à faire les experiences que j'ai rapportées dans d'autres Mémoires, a manqué heureuſement à ſe figer cette année, quoique le froid ait été

été assés vif pendant deux ou trois jours, & j'en fis l'observation le 13 du mois de Fevrier, jour auquel mon Thermometre est descendu le plus bas. Ce fait qui me parut assés singulier, m'engagea à examiner toutes mes Huiles essentielles d'Anis, rectifiées, & leurs résidences. Je trouvai que ces Huiles s'éloignoient du point de se figer, à proportion de leur ancienneté. La plus ancienne qui peut avoir quinze à seize ans, une autre de dix ans ou environ dont il n'y avoit qu'une petite quantité dans la bouteille, étoient aussi fluides que celle d'un troisieme flacon qui a huit ans, & qui n'étoit pas encore figée, parce que ce flacon étoit rempli & qu'il étoit placé dans un air un peu plus temperé que les deux précédentes. L'Huile rectifiée de celle qui a dix ans, & qui est divisée en deux bouteilles dans l'ordre de sa rectification, étoit figée: la premiere tirée, plus fortement que la seconde: sa résidence placée au même degré de froid n'étoit pas figée non plus que les Huiles non rectifiées, les plus vieilles. J'exposai toutes ces Huiles en plein air & au Nord: la plus ancienne de toutes y resta dans le même état sans se figer: la plus récente se figea dans l'instant: celle de l'âge moyen se figea aussi, mais plus lentement. Les deux autres bouteilles dans lesquelles j'avois mis l'Huile rectifiée, que j'avois tirée par ma méthode d'une livre d'Huile d'Anis, & que j'avois séparée en deux pendant la distillation, dont la premiere venue, & par conséquent la plus subtile, pesoit quatre onces six gros, & la seconde, qua-

quatre onces ſix gros & demi, reſterent dans l'état de congelation où je les avois trouvées, ſans ſe figer davantage à l'air froid. Leur réſidence qui peſoit ſix onces trois gros, ne ſe figea point du tout. Je remarquai entre les lames congelées de ces deux Huiles rectifiées, une liqueur graſſe, qui coula inſenſiblement lorſque j'eus mis les deux bouteiles ſur le côté. La premiere dont la congellation m'avoit paru plus ferme, me donna quatre gros de cette liqueur graſſe non figée, & la ſeconde, cinq gros ſoixante grains: ce qui prouve que la ſeconde Huile tirée par la rectification étoit d'une congelation moins denſe que la premiere.

Il réſulte de ces expériences, que l'Huile d'Anis nouvellement tirée ſe fige en entier; que devenant ſucceſſivement plus graſſe en vieilliſſant, elle eſt moins ſoûmiſe à l'action du froid, & que dans ſa caducité le froid n'agit plus deſſus: ce qui peut faire ſoupçonner que cette Huile, lorſqu'elle eſt nouvelle, eſt, à quelque difference près, de même nature que les Huiles eſſentielles d'*Enula Campana*, de Laurier-Ceriſes & de Roſes, qui ſe figent dans preſque toutes les ſaiſons; mais qu'il faut un froid plus ſenſible à celle-ci, pour que ſes parties ſalines ſe congelent; ce qui n'arrive cependant que lorſque ces mêmes parties ſont ſuſpendues dans une ſuffiſante quantité de fluide aqueux, puiſque la réſidence de cette Huile, où ce fluide eſt conſidérablement diminué, ne ſe fige plus même au plus grand froid.

Obſervant l'année derniere les changemens qui

qui arrivoient au Thermometre en le plongeant dans le mêlange de cette Huile d'Anis avec l'Eſprit de Vin, je me propoſai de les examiner plus particulierement dans la ſuite; parce qu'alors mon principal objet étoit d'annoncer que le mêlange de l'Eſprit de Vin avec certaines Huiles faiſoit deſcendre le Thermometre. Voici donc mes nouvelles experiences ſur les deux eſpeces d'Huile eſſentielle d'Anis dont j'ai parlé.

La plus ancienne de toutes qui n'étoit pas figée dans le tems de mon premier Mémoire, mêlée alors avec l'Eſprit de Vin à poids égal d'une once, fit deſcendre le Thermometre de cinq lignes, & elle s'unit parfaitement à cet eſprit, après avoir légerement blanchi dans le commencement du mêlange: les deux liqueurs ne ſe ſéparerent plus dans la ſuite. La même Huile, eſſayée au poids de demi-once avec autant d'Eſprit de Vin, le 21 Fevrier de cette année, la liqueur du même Thermometre a deſcendu de trois lignes: ce qui en doublant les doſes feroit une ligne de plus que dans la premiere experience. Le mêlanlange a très peu blanchi, & les deux liqueurs ne ſe ſont plus ſéparées après leur union.

Dans l'experience de l'année derniere, l'Huile du moyen âge mêlée avec l'Eſprit de Vin, au poids d'une once chacun, blanchit conſiderablement le mêlange. Il n'y en eut que la moitié ou environ qui s'unit à cet eſprit, dont elle ſe ſépara même lorſque le mêlange fut éclairci, & la liqueur du Thermometre deſcendit de quatre lignes. Cette expérience repetée le 21 Fevrier avec la même

me

me Huile qui étoit gelée alors, que j'avois eû la précaution de faire dégeler, & dont je pris une demi-once dans le tems qu'elle recommençoit à ſe figer, pour la mêler avec un pareil poids d'Eſprit de Vin, je remarquai qu'elle ſe gela dans l'inſtant; & le Thermometre plongé dans ce mêlange épais deſcendit de deux lignes & demie; ce qui eſt une ligne de plus que l'année derniere.

La premiere Huile qui avoit été rectifiée de cette Huile de moyen âge, mêlée l'année derniere au poids d'une once avec autant d'Eſprit de Vin, fit deſcendre le Thermometre de ſept lignes & quelque choſe de plus. L'expérience repetée le 21 Fevrier à moitié de poids, le Thermometre a deſcendu de quatre lignes, & cette Huile rectifiée s'eſt congelée d'une maniere plus ſolide que ſon Huile non rectifiée. Il faut obſerver que pendant la plus forte gelée j'avois ſeparé la partie la plus graſſe de cette Huile, ainſi que je l'ai dit.

L'Huile rectifiée, ſéparée après la premiere dont je viens de parler, mêlée au poids d'une once avec autant d'Eſprit de Vin, a fait deſcendre le Thermometre de ſix lignes.

Je voulus voir ſi les Huiles graſſes non figées, retirées pendant le froid des Huiles rectifiées, ainſi que je l'ai dit, cauſeroient quelque varieté au Thermometre; & je trouvai qu'une demi once de cette Huile, ſéparée de la premiere bouteille d'Huile rectifiée & mêlée avec autant d'Eſprit de Vin, faiſoit baiſſer la liqueur du Thermometre de deux lignes trois quarts ou un peu moins de trois lignes. Cette experience fut faite le 19 Fevrier. Le même jour je fis

la même experience avec l'Huile ſeparée de la ſeconde bouteille d'Huile rectifiée, & le Thermometre deſcendit de trois lignes & demie.

Il me reſtoit d'eſſayer la réſidence des Huiles rectifiées : je la mêlai au poids d'une once avec autant d'Eſprit de Vin : le mêlange s'en fit exactement ſans blanchir, & le Thermometre deſcendit de ſept lignes & demie : la même experience repetée le 19 de Fevrier à moitié de poids, la liqueur du Thermometre deſcendit de trois lignes trois quarts.

Il faut obſerver que toutes ces experiences repetées ont été faites avec le même Eſprit de Vin qui avoit ſervi aux premieres, & qu'il n'y a point de doute à avoir ſur les différences que pourroit cauſer un Eſprit de Vin plus ou moins déflegmé.

On ne peut diſconvenir, après les experiences que j'ai rapportées, que le refroidiſſement dont il eſt queſtion ici ne dépende des Sels, & voici même encore quelques expériences qui ſervent à le confirmer. J'ai pris une once de Suc de Joubarbe, qui quoique très aqueuſe, contient comme toutes les Plantes une portion de Sel eſſentiel ; je l'ai mêlé au poids d'une once avec autant d'Eſprit de Vin ; & le Thermometre, qui plongé le même jour dans un mêlange d'eau ſimple & d'Eſprit de Vin étoit monté de 19 lignes, ne monta que de quinze dans le mêlange du même Eſprit de Vin avec le Suc de cette Plante, ce qui fait une difference de quatre lignes qu'on ne peut attribuer qu'aux Sels.

On peut comparer l'Huile d'Anis qui ne ſe fige plus, à une eſpece de Savon liquide, & je croi

crois que cette comparaiſon peut convenir aux autres Huiles eſſentielles qui produiſent un même effet avec l'Eſprit de Vin.

Demi-once de Savon blanc ratiſſé très menu & mis dans une once d'Eſprit de Vin, a fait baiſſer la liqueur du Thermometre de deux lignes, quoiqu'il ne s'en ſoit diſſous qu'une très petite partie. A l'égard du Savon noir, il n'a pû produire d'effet ſenſible dans une ſi petite proportion, parce que reſtant en maſſe il ne préſente pas aſſés de ſurface à l'action de l'Eſprit de Vin. La diſſolution ne peut s'en faire que très lentement, & par conſéquent le refroidiſſement en eſt inſenſible.

EXPLICATION PHYSIQUE

D'une maladie qui fait périr pluſieurs Plantes dans le Gaſtinois, & particulierement le Safran.

Par M. DU HAMEL. *

LA Nature, toute prodigue qu'elle eſt, nous fournit peu de Plantes d'un auſſi grand uſage que le Safran. Ses fleurs ſont agréables à la vûe & à l'odorat. Son piſtile eſt conſideré comme une choſe précieuſe. Il entre dans les apprêts de cuiſine; il ſert aux Peintres en miniature; il fournit aux Teinturiers une très belle couleur; les Medecins l'employent très uti-

le-

* 7 Avril 1728.

lement dans plusieurs maladies: sa Fanne même & ses petales servent dans le païs où on le cultive, à faire du Fourrage pour les bestiaux.

Mais, semblable en cela aux Plantes les plus précieuses, celle-ci est tendre & délicate, & ne peut être conservée que par des soins proportionnés à ses usages.

C'est pourquoi, quelque précaution que les habitans du Gastinois qui la cultivent prennent pour sa conservation, elle ne laisse pas d'être attaquée de plusieurs maladies, qui toutes tendent à la détruire.

De toutes celles auxquelles cette Plante est sujette, il n'y en a point de plus dangereuse, ni qui lui soit plus nuisible, que celle que les habitans du païs appellent la *Mort*. Et j'ai été surpris des desordres que cause cette maladie dans les endroits qui ont le malheur d'en être affligés.

Et qui ne le seroit pas en effet, de voir qu'une Plante attaquée d'une maladie devient meurtriere des autres de son espece? En avoit-on jusqu'ici remarqué de contagieuses Epidemiques dans les Plantes? Celle qui attaque l'Oignon du Safran est cependant de cette nature, puisque, semblable à la peste des animaux, elle gâte les Oignons voisins, & bientôt l'extrêmité du champ se sentiroit de la contagion, si l'on n'empêchoit la communication par une profonde tranchée qu'il est essentiel de faire dès le commencement du Printems; parce que la *Mort* qui fait beaucoup de progrès dans cette saison, n'en fait presque point dans les autres; circonstance digne de remarque: dans la saison où les Plantes paroissent le plus en état de résister à la con-

contagion, elles y ſuccombent, & périſſent en plus grand nombre.

Rien ne me parut ſi intéreſſant que de rechercher la cauſe de faits ſi extraordinaires. Sa découverte ſeroit d'une grande utilité pour la Botanique & pour l'Agriculture, & ſerviroit à la conſervation de pluſieurs Plantes, qui après s'être long-tems multipliées dans quelques endroits, y périſſent, entierement, ſans qu'on ſache à quoi en attribuer la perte. J'ai fait pour cela pluſieurs obſervations, dont voici le détail.

Ma premiere attention fut de conſulter les Auteurs, pour m'aſſûrer s'ils avoient parlé de cette maladie; mais aucun ne m'a paru en avoir eû connoiſſance.

Peu ſatisfait de mes lectures, j'eus recours à ceux qui s'appliquent à la culture de cette Plante ; mais quel éclairciſſement peut-on tirer de gens que les choſes les plus admirables ne touchent point, & qui accoûtumés à voir des prodiges, n'y font aucune attention? Les uns me dirent que la pourriture & la moiſiſſure étoient la cauſe de cette maladie; & les autres plus ſenſés m'avouerent ingénuement qu'ils ne connoiſſoient que l'effet, ſans avoir jamais penſé à quoi l'attribuer.

Après pluſieurs entretiens avec ces perſonnes, je reconnus que je n'avois rien à eſperer que de mes recherches, & je les commençai par examiner la ſuperficie de la terre dans les endroits infectés. Je ne découvris dans cet examen ni inſectes, ni plantes, ni autres particularités qui ne ſe trouvaſſent partout

tout ailleurs, ce qui rendit ce procedé auſſi inutile que les précédens, & me détermina à faire ouvrir la terre pour pénétrer juſqu'où j'avois lieu de juger qu'étoit l'origine du mal. Je l'examinois à meſure qu'on la fouilloit, & j'arrivai aux Oignons ſans rien appercevoir de remarquable. Je trouvai ceux qui occupoient le centre, ceux de la partie moyenne, & ceux qui étoient aux extrémités de l'endroit infecté, dans trois ſituations différentes, à proportion du progrès que la maladie avoit fait ſur eux, & dans l'état que je vais les repréſenter.

Ceux du milieu qui avoient été les premiers attaqués, étoient entierement détruits, leur robe ou tégumens, que l'on ſait être dans le Safran un amas de membranes réticulaires fort minces couchées les unes ſur les autres & d'un beau couleur de paille argentin, ne pouvoient ſouffrir aucune diviſion, étoient ridés, fanés, & d'un brun terreux fort deſagréable. Mais ce n'étoit pas la ſeule marque de leur perte. Une grande quantité de corps glanduleux d'un rouge foncé, gros la plûpart comme des Feves, les couvroient extérieurement, & ces Oignons ne contenoient intérieurement qu'une ſubſtance terreuſe, noirâtre, de la nature de cette ſuye que les Peintres en miniature appellent *Biſtre*, excepté que dans le milieu de leurs cavités on voyoit dans la plûpart le ſquelete de l'Oignon, ou plutôt ſes principales fibres deſſechées & dénuées de leur ſubſtance charnue.

Ceux du centre examinés, je paſſai à ceux qui occupoient la partie moyenne, que je trou-

trouvai dans une ſituation fort approchante des premiers; leurs tégumens n'étoient cependant pas ſi flétris, & renfermoient encore quelques débris de l'Oignon, mais entierement décorporés, (s'il m'eſt permis de me ſervir de ce terme) & tout-à-fait ſemblables à de la bouillie; ce qui me faiſoit aſſés connoître que bientôt ils ſeroient ſemblables aux autres. J'y vis les mêmes corps glanduleux que j'avois remarqués, mais mieux nourris, & plus pleins de vie, & je commençai à découvrir dans la terre des filets violets qui formoient une eſpece de reſeau.

La route que j'avois priſe dans mon obſervation me conduiſit aux Oignons qui occupoient la circonference, & qui par conſéquent devoient être les moins endommagés. Auſſi étoient-ils dans un état bien différent de celui des premiers.

Le corps des Oignons n'étoit preſque point alteré: les uns n'avoient pour toute marque de contagion que quelques filets violets, qui traverſoient les membranes de leurs tégumens: les autres avoient ſur leurs tégumens, ou entre les lames qui les forment, quelques petits corps ſemblables à ceux dont je viens de parler, & on ne voyoit encore que quelques taches violettes ſur la ſubſtance de l'Oignon. Au reſte, la terre étoit toûjours traverſée de filets violets.

Ne trouvant que dans les endroits infectés ces corps glanduleux & ces filets violets, je ſoupçonnai qu'ils étoient la cauſe, ou du moins l'effet de la maladie, ce qui m'engagea à les conſiderer avec plus d'attention; je

je travaillai à les détacher de la terre qui les environnoit, & j'y réuſſis ſi bien par le moyen des lotions, que j'eus la ſatisfaction de les voir en leur état naturel.

Ces corps glanduleux ſont fort ſemblables à la Truffe de Mathiole, tant par la ſolidité de leur chair, que par leur figure irréguliere. Mais la ſuperficie en eſt velue & de couleur rouge-brun. Leur groſſeur n'excede pas celle d'une Aveline. Leur goût tient de celui du Champignon, & a un retour terreux. Les uns ſont adherans aux tégumens de l'Oignon, & les autres en ſont éloignés de deux à trois pouces.

Les filets ſont ordinairement de la groſſeur d'un fil, de couleur violette, & velue comme les corps glanduleux. Quelques-uns s'étendent d'un corps à un autre, & quelques-uns vont s'inſerer entre les tégumens de l'Oignon de Safran, ſe partagent en pluſieurs ramifications, & pénétrent juſqu'au corps du Bulbe ſans paroître ſenſiblement y entrer. Ils forment dans cette route une infinité d'anaſtomoſes & de diviſions, & ſont parſemés de quantité de petits nœuds ou ganglions, qui ne paroiſſent autre choſe qu'un amas de la laine qui couvre ces corps glanduleux & ces filets.

Ces obſervations que j'ai faites en differentes ſaiſons & dans differentes terres, m'ont fait juger que ces corps glanduleux étoient une Plante paraſite, qui tire ſa nourriture de l'Oignon du Safran par le moyen de ſes filets, que je regarde comme ſes racines. Elle végéte à la maniere de la Truffe, c'eſt-à-dire,

qu'elle ne paroît point au dehors, mais naît ; croît, & ſe multiplie dans l'interieur de la terre, d'où vient, ſuivant ma premiere obſervation, qu'on ne voit rien ſur la ſuperficie de la terre à quoi on puiſſe attribuer la cauſe de la maladie.

Cette Plante ſe multiplie par les racines qui pouſſent de nouveaux Tubercules, à peu près comme l'*Aſtragalus ſcandens tuberoſâ radice*, le *Geniſta Spartium*, & le *Solanum radice eſculentâ*, *&c.* C'eſt pour cela que, ſuivant la même obſervation, le progrès de la maladie affecte toûjours la figure ronde, parce que les Plantes qui tracent pouſſent également en tout ſens, comme il eſt aiſé de le voir dans le Fraiſier dont les trainaſſes ou fleaux s'étendent également de tous côtés.

Il paroît certain que la nouvelle Plante ſe nourrit aux dépens de l'Oignon du Safran, puiſque ſes racines pénétrent les tégumens, & s'attachent à ſa propre ſubſtance qui dépérit à proportion du progrès que les racines font ſur elle, qualité qui la rend plus paraſite que toutes autres, puiſque ces ſortes de végétaux ne font ordinairement qu'alterer les arbres & les Plantes auxquelles ils s'attachent. Si l'on joint à cela que cette maladie fait preſque tout ſon progrès dans les trois mois du Printemps, je ne crois pas qu'on puiſſe douter que la nouvelle Plante n'en ſoit la véritable cauſe, puiſque c'eſt en cette ſaiſon que les racines profitent & s'étendent le plus.

Je n'ai negligé aucune des expériences dont j'avois lieu d'eſperer quelque éclairciſſement. Dans le nombre de celles que j'ai faites, & que je ne rapporte point, pour éviter d'être trop long, en

en voici une qui ſeule m'aſſûre de l'exiſtence de la Plante, de ſa maniere de végéter, & de ſon action ſur les Oignons de Safran, ce qui eſt trop de mon ſujet pour n'en pas faire le récit en peu de mots.

Je mis dans le mois d'Octobre 1726 des Tubercules de *Mort* avec leur terre & des Oignons de Safran, dans trois pots que je remplis d'une terre neuve où il n'y avoit point de *Mort*; & pour m'aſſûrer ſi elle n'endommageoit que les Oignons de Safran, je plantai dans ces mêmes pots des Oignons de Lis, de Narciſſe, de Tulipe, & les ai laiſſés en experience juſqu'au mois d'Octobre de cette année; je jugeai bien qu'alors la *Mort* devoit s'y être multipliée, parce que ſuivant l'ordre de ſa végétation, elle fait tout ſon progrès dans le tems de la ſève.

Ce tems donc étant paſſé, & ſur la fin du mois d'Octobre de 1727 je renverſai mes pots, & je vis quantité de nouveaux Tubercules dont il ſortoit beaucoup de filets violets, qui s'entrelaſſoient avec les racines de Lis plantés dans le même pot. Je les dégageai de leur terre, & j'en trouvai pluſieurs fort endommagées, d'autres entierement pourries. Le corps des Lis ne me parut pas avoir encore beaucoup ſouffert, mais il étoit environné de tant de filets qu'il me paroiſſoit fort probable que dans peu il auroit le même ſort que ſes racines.

Cette multiplication de Tubercules acheva de me convaincre qu'ils étoient veritablement une plante, & leur action ſur les racines des Lis me donna lieu de croire qu'ils ſe pouvoient nourrir d'autres Plantes que du Safran: mais les lumieres que je tirai de mon experience,

bien loin de mettre fin à mes obſervations, m'engagerent à de nouvelles recherches : car aſſûré d'un côté que c'étoit une Plante, il me paroiſſoit eſſentiel de ſavoir ſi elle étoit dans la terre avant le Safran, ou ſi elle ne s'y plantoit qu'avec lui : voyant d'un autre côté les racines des Lis endommagées, il ne m'étoit pas permis de reſter dans l'incertitude de ſavoir ſi la Plante nouvelle étoit capable de nuire à d'autres, ou ſi elle ne pouvoit ſe nourrir que du Safran.

Un procedé avantageux en fait oublier un nombre d'inutiles : j'éprouvai cette verité, lors qu'après avoir fouillé pluſieurs champs ſans rien trouver, j'apperçus dans une terre où il n'y avoit jamais eû de Safran, ma Plante contagieuſe qui exerçoit ſa tyrannie ſur les racines de l'Hieble, du *Coronilla flore vario*, de l'Arreſte-Bœuf, & ſur les Oignons du *Muſcari*. Ainſi on peut être aſſûré que cette Plante vient où il n'y a point de Safran, & ſe nourrit d'autres Plantes dont elle cauſe également la perte, quoiqu'on ne l'ait remarquée que ſur le Safran, par le dommage conſiderable qu'elle cauſe à ceux qui le cultivent. *

Il me parut d'abord ſurprenant de voir les Plantes que je viens de nommer périr au milieu de quantité d'autres qui avoient toute leur verdeur, comme la Morgeline, le Seneçon, le Bled, l'Orge, & pluſieurs autres; mais il ne me

* De la Cheſnée Monſtreul de Caën dans la ſeconde édition de ſon Floriſte François, page 187. fait mention d'une maladie des Tulipes, qui par ſes effets paroît avoir une cauſe ſemblable.

me fut pas difficile de concevoir que la Plante contagieuſe ne venant point ſur la ſuperficie de la terre, mais que l'occupant à demi-pied de profondeur, elle ne pouvoit endommager celles qui n'ont leurs racines que ſur la ſuperficie, pendant qu'elle fait perir celles qui en jettent de plus profondes. Et de plus j'ai remarqué que la Plante contagieuſe n'endommage que très peu le Safran la premiere année qu'il eſt planté, & par conſéquent ne peut faire un tort conſidérable aux Plantes annuelles.

Je crois la cauſe de la maladie du Safran ſuffiſamment découverte par l'exiſtence de la nouvelle Plante dont je viens de donner la deſcription: mais à quelle Claſſe, à quel genre rapporter cette Plante? Voici ce que j'en penſe.

Preſque tous les Auteurs qui ont travaillé à ranger les Plantes ſous un ordre methodique, ont fait une Claſſe particuliere de celles qui n'ont ni fleur, ni graines apparentes, & leur ont donné le nom de Plantes imparfaites; excepté M. de Tournefort, qui pour parler plus correctement a qualifié cette Claſſe du titre: *des Plantes dont on ne connoît ni les fleurs ni les fruits.* Je ſuis bien éloigné de croire que ces grands Botaniſtes ayant prétendu, en établiſſant cette Claſſe, regarder les Plantes qui la compoſent comme privées de parties qui leur ſont ſi eſſentielles, ils les connoiſſoient trop pour ignorer que toutes ces Plantes portent fleurs & fruits. M. de Tournefort, par exemple, connoiſſoit mieux que perſonne la pouſſiere qui échappe des Ecuſſons des *Lychen.* Les ſemences qui ſont renfermées dans les fruits de pluſieurs Mouſſes, les grains que l'on trouve ſur pluſieurs eſpeces

de Champignons, & ce que Porta a dit de la ſemence des Truffes *. Mais notre ſavant methodiſte a cru pouvoir choiſir pour établir & diſtinguer ſes genres, les parties toûjours ſenſibles & aiſées à appercevoir, de ſorte qu'il compte pour rien la graine des Plantes que les meilleurs Microſcopes peuvent à peine rendre ſenſible, & s'arrête ſeulement aux parties naturellement viſibles pour établir ſes Claſſes & ſes genres.

C'eſt en ſuivant cette methode que j'ai crû devoir placer la Plante nouvelle dont il s'agit dans la Claſſe de celles dont je viens de parler, parce que je n'ai pû juſqu'à preſent découvrir ſur elle ni fleur ni graine. Il reſte donc à choiſir dans cette Claſſe un genre qui puiſſe lui convenir. Elle n'a aucune reſſemblance avec le *Lycoperdon*, les Agarics & les Mouſſes; celle qu'elle a avec quelques eſpeces de *Lychen* eſt trop imparfaite pour meriter qu'on y faſſe attention. Il n'y a que les genres des Champignons, ou des Truffes, auxquels on pourroit la rapporter.

De longs filets qu'elle pouſſe dans la terre, un velu qui l'accompagne par-tout, & paroît même la preceder, avec de petits Tubercules lanugineux produits par ces filets, me faiſoient d'abord incliner à la mettre au nombre des Champignons: mais oſeroit-on compter parmi les eſpeces de ce genre une Plante qui ne ſort point de terre? Il me paroîtroit plûtôt que la ſolidité des Tubercules, leur figure irréguliere cauſée par le different arrangement des corps qui l'environnent, jointe à leur maniere de vé-

* Dans ſa *Phytognomonie*, pag. 367.

végéter dans l'intérieur de la terre ſans paroître au dehors, ſont des qualités qui appartiennent à la Truffe.

Il eſt vrai qu'il y a des Champignons qui portent à leur pedicule des filets & des Tubercules qui ſemblent avoir quelque rapport à ceux de cette Plante. Steerbeek & M. le Comte de Marſigli en ont fait graver pluſieurs de cette eſpece. Mais outre que ces filets & ces Tubercules ſont d'une ſubſtance rare, cotoneuſe, & bien differente des autres, ces Champignons ne manquent jamais de ſe produire ſur la ſuperficie de la terre, ce qui les différencie totalement de la nouvelle Plante, qui bien loin de paroître au dehors, y demeure renfermée à demi-pied de profondeur.

D'un autre côté, la couleur interieure de ſa chair, eſt en Eté d'un rouge brun, & en Hyver d'un noir legerement marbré de rouge; au lieu que la Truffe eſt blanche en Eté, & brune marbrée de blanc en Hyver. La nouvelle Plante a des racines dont elle tire ſa nourriture, & par le moyen deſquelles elle ſe mutiplie; & la Truffe eſt ſans racines, & paroît ne ſe multiplier que par la graine qu'elle renferme interieurement. Cependant comme elle a plus de rapport à la Truffe qu'à toute autre Plante, je crois qu'on pourroit lui donner le nom de *Tuberoides.*

Outre ces rapports, elle eſt encore ſemblable à la Truffe, en ce qu'elle renferme ſouvent dans ſa ſubſtance des corps étrangers, comme des graviers, & quelquefois de petites mottes de terre endurcie. Ainſi l'Hiſtoire du Gouver-

neur de Cathagene qui, en mordant une Truffe, trouva ſous les dents un denier, ſuivant le rapport de Pline, ne ſera plus une preuve contre le ſentiment de ceux qui aſſûrent la végétation de la Truffe.

Le Laboureur peut déja s'appercevoir qu'en découvrant par mes recherches une nouvelle Plante, je lui offre un nouveau monſtre à combattre, & c'eſt en ce point que je fais conſiſter la principale utilité de ce Mémoire : mais cette Plante ne lui paroîtra peut-être pas ſi odieuſe, lorſque je la lui propoſerai comme un aide qui travaillera de concert avec lui pour détruire de ſon champ les Hyebles, les *Coronilla*, le *Muſcari*, & pluſieurs autres Plantes qui viennent ſouvent dans les meilleures terres en ſi grande quantité qu'elles étouffent le Bled, & le font perir.

En effet ; blâmeroit-on celui qui pour détruire les Fourmis, ſouvent ſi incommodes, éleveroit des *Formicaleons* pour leur faire la chaſſe?

On m'objectera peut-être, que par ce moyen j'infecte la terre d'une Plante qu'il ſera fort difficile de détruire: mais les choſes les plus utiles demandent à être employées avec diſcernement. C'eſt pourquoi il ne faut s'en ſervir que dans les terres purement deſtinées à faire venir du grain, parce que cette Plante, comme je l'ai déja remarqué, ne cauſe aucun dommage à celles qui ſont annuelles, ni à celles qui n'ont leurs racines que ſûr la ſuperficie de la terre. Au reſte je propoſe ceci comme une idée qui m'eſt venue, que je n'ai pû encore confir-

firmer par l'expérience, mais qui m'a paru mériter quelque attention.

Si ſuivant cette idée cette Plante peut être de quelque utilité dans les terres à grain, elle doit, ſuivant mes obſervations, être bien incommode dans quantité d'autres endroits. Quel dégât, par exemple, ne cauſeroit-elle pas dans un Jardin de fleurs, où en moins de deux ans elle peut détruire une planche entiere de plantes rares & précieuſes? Combien de curieux ont peut-être abandonné la culture des fleurs, rebutés de les voir périr malgré tous leurs ſoins, ou du moins ſe ſont engagés en des frais conſiderables pour ôter la terre de leurs Jardins, & en mettre de nouvelle à la place, attribuant mal à propos à ſa mauvaiſe qualité un deſaſtre dont la nouvelle Truffe étoit ſeule coupable? Mais ces deſordres que je lui attribue, ſous de ſimples ſoupçons, ſont peu conſiderables en comparaiſon de ceux que je l'ai vû produire ſur les Oignons de Safran, où le progrès du mal eſt ſi ſenſible, que ſi l'on ne prenoit ſoin d'y remedier, on verroit bientôt tout un Champ perdu au point de n'y pouvoir plus mettre de Safran, même après vingt ans de repos.

On ne peut gueres être témoin de ces maux, ſans en chercher le remede; auſſi à peine eus-je connu le *Tuberoides*, que je cherchai les moyens de le détruire: mais je n'ai pû encore avoir cette ſatisfaction, parce que comme il ſe plaît principalement dans les terres graveleuſes, ſeches & arides, & qu'il ne ſe trouve que rarement dans les terres graſſes & humides, les labours ſervent plûtôt à le multiplier qu'à le détruire.

Mais ſi l'on n'a pas de moyens pour s'en débarraſſer totalement, du moins en a-t-on pour ſe mettre à l'abri de ſes deſordres, car ſon progrès ſe faiſant par l'allongement des racines, il ne faut pour garantir les Oignons ſains qu'empêcher la communication. Pour y réuſſir, ſi-tôt qu'on s'apperçoit du mal, il faut cerner la terre à un demi-pied de profondeur, & ſe garder de la repandre ſur les Oignons voiſins, de peur d'y porter la contagion, en y enterrant la nouvelle Plante: mais il faut en former une butte ſur la place même où les Oignons ſont gâtés.

Par ce moyen on preſerve les Oignons qui ne ſont point encore endommagés, ſans guérir ceux qui le ſont déja. Il eſt certain qu'il n'y a pas de remede lorſque la contagion eſt parvenue juſqu'au cœur, mais l'experience m'a fait connoître qu'en dépouillant de leurs tégumens les Oignons qui ne ſont que légérement attaqués, & les expoſant quelques jours au Soleil, ils deviennent parfaitement ſains, & pouſſent auſſi-bien que s'ils n'euſſent jamais été atteints de la maladie. La raiſon m'en paroît claire; en les dépouillant on emporte avec les tégumens les filets morbifiques, & en les expoſant au Soleil, les reſtes de la Plante contagieuſe ſe deſſechent, les playes ſe cicatriſent, d'où s'enſuit la parfaite guériſon de l'Oignon.

EX-

EXPLICATION DE LA PREMIERE FIG.

Qui repreſente le Safran, ou le Crocus ſativus, C. B. P. *dont il eſt parlé dans le Mémoire.*

A. L'Oignon recouvert de ſes envelopes membraneuſes, rouſſâtres dans quelques-uns, & blanchâtres dans quelques autres.

B. L'Oignon dépouillé de ſa robbe & coupé par moitié dont le diametre eſt d'environ un pouce, a la ſubſtance charnue, ſa figure applatie par deſſous, & ſa ſuperficie environnée de petites lignes circulaires où s'attachent les envelopes membraneuſes.

C. Gaine membraneuſe qui renferme les feuilles de l'Oignon & le tuyau de la fleur juſqu'à la ſuperficie de la terre.

D. Feuilles, ou fanne de l'Oignon. Leur nombre varie depuis cinq juſqu'à huit, leur longueur eſt d'un pied ſur une ligne de large, elles ſont canelées en forme de goutiere par deſſus, de couleur verd-brun par les bords, & blanches ſur la nervure dans le fond de la goutiere.

E. La fleur épanouïe, qui eſt un tuyau blanc, égal depuis la baſe juſque vers ſon ſommet, ſe diviſe en ſix parties, & s'évaſe en forme de pétales de couleur gris de lin: Elles ont environ deux pouces de longueur ſur neuf à dix lignes de largeur.

F. Les Etamines blanchâtres longues de

demi-pouce, qui ſoûtiennent des ſommets fourchus par le bas. Ces ſommets portent dans des capſules une pouſſiere jaune très fine.

G. L'embrion qui eſt triangulaire : il devient, lorſque la fleur eſt paſſée, une capſule à trois faces diviſée en trois loges qui renferment pluſieurs ſemences rondes ; mais elles ne mûriſſent pas ordinairement dans le Gaſtinois.

H. Le Piſtile qui prend ſon attache ſur l'embrion ; c'eſt un filet blanc & unique juſqu'à la hauteur des Etamines, où il devient jaune, & ſe diviſe le plus ſouvent en trois brins d'un beau rouge foncé. Ils excedent un peu la longueur des pétales, ſont de la groſſeur d'un fil par en bas, & deviennent plus larges par le haut, où ils ont quelques crénelures très fines.

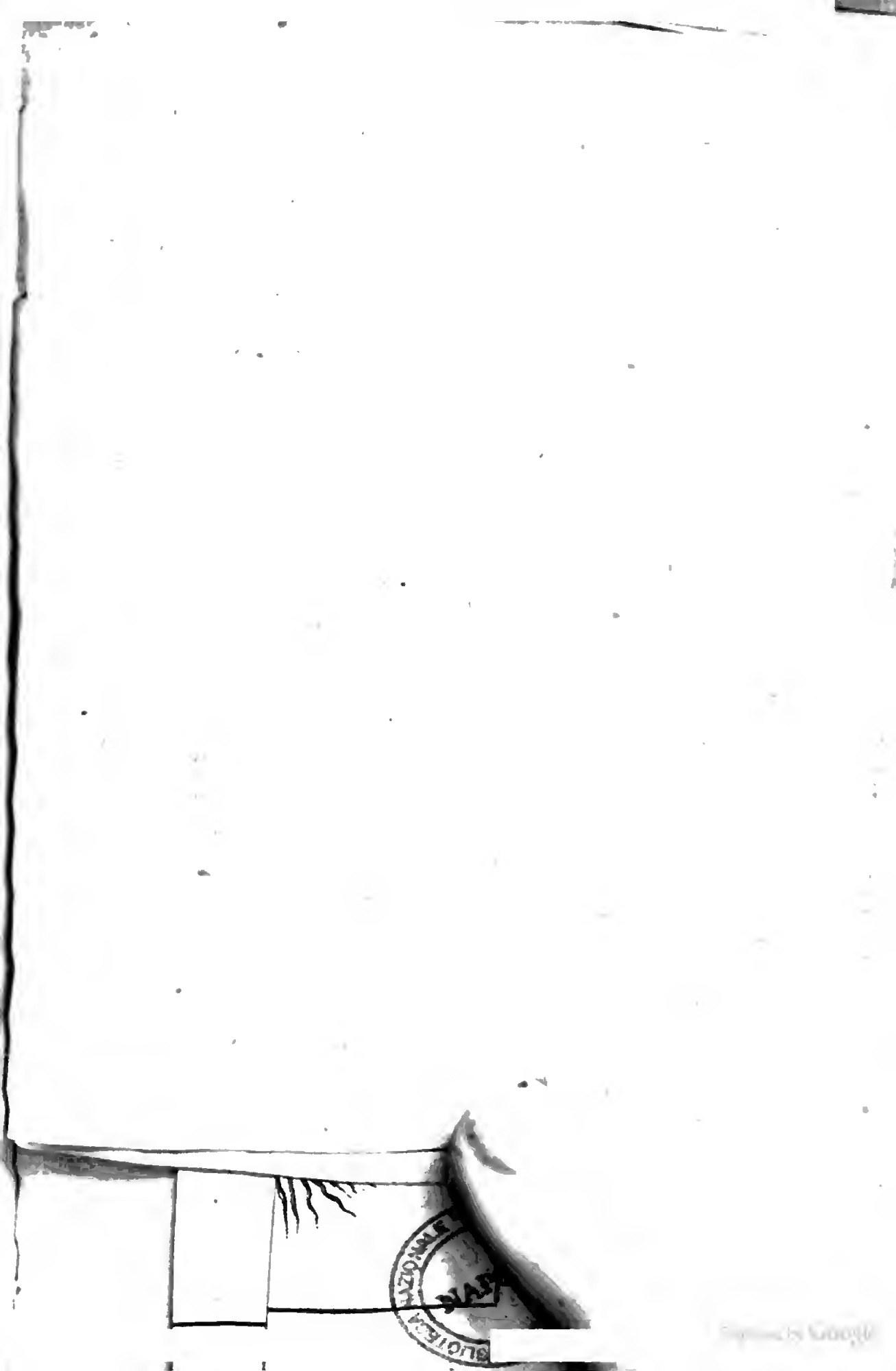
Il eſt à remarquer que cette partie rouge du piſtile eſt la ſeule qui s'employe dans les Ragoûts, & en Medecine, & qui ſerve aux Teinturiers.

EXPLICATION DE LA SECONDE FIG.

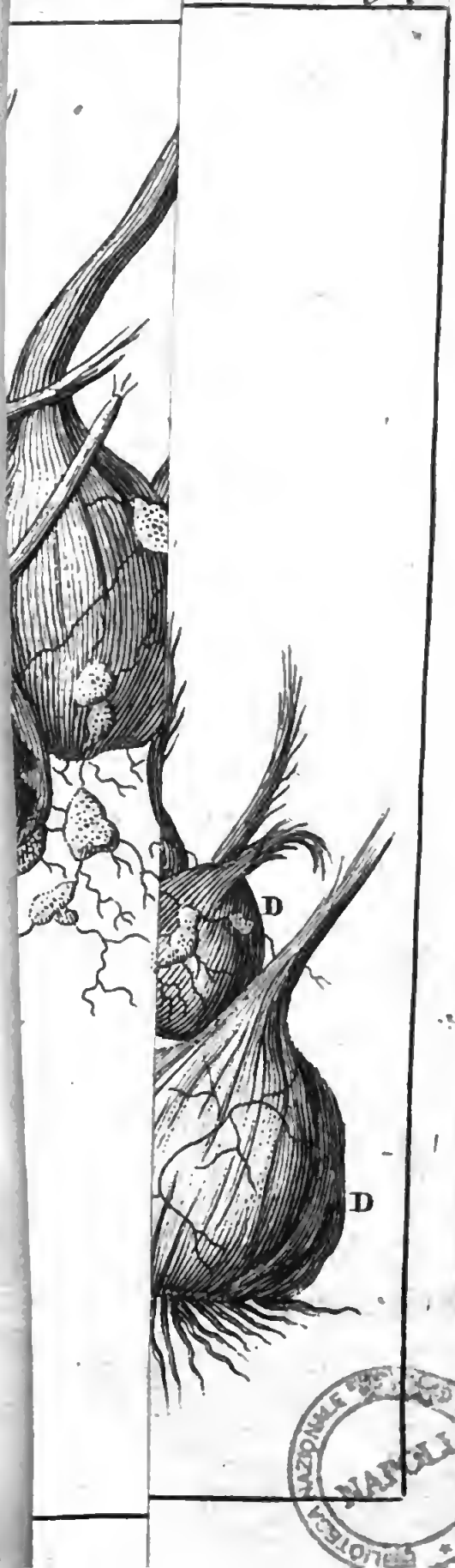
Qui repréſente le Tuberoïdes *& la maniere dont il s'attache ſur les Oignons du Safran.*

A. Le *Tuberoïdes* dans ſa groſſeur naturelle, avec ſes racines violettes & velues, par l'allongement deſquelles il ſe multiplie.

B. Petits Ganglions, ou nouveaux Tubercules



nglions, ou nouveaux Tubercu—
les



BIBLIOTECA NAZIONALE NAPOLI

les qui se forment aux extremités & aux anastomoses de plusieurs racines.

C. Etat du Safran dans le centre des places infectées, où il ne reste plus que les tégumens de l'Oignon dans leur forme ordinaire, la substance étant entierement consommée par l'action du *Tuberoides*.

D. Etat du Safran dans la partie moyenne, entre le centre & la circonférence, où les Tubercules sont attachés sur les tégumens, & où les racines du *Tuberoides* pénétrent la substance de l'Oignon, lui ont fait perdre sa solidité, & l'ont rendu semblable à de la bouillie.

E. Etat du Safran à la circonférence où les racines du *Tuberoides* n'ont encore pénétré que les tégumens de l'Oignon, sans avoir endommagé la substance.

TROISIEME PARTIE,

OU

SUITE DES DEUX MEMOIRES SUR LA POUSSÉE DES TERRES

ET LA

RESISTANCE DES REVETEMENS;

Donnés à l'Académie, le premier dans l'année 1726, *& le ſecond dans l'année* 1727.

Par M. COUPLET. *

EN ſuppoſant les Terres détachées les unes des autres & parfaitement roulantes, on leur donne plus d'avantage qu'elles n'en ont ordinairement pour renverſer le Revêtement.

Et en ſuppoſant les parties de la Maçonnerie bien liées les unes avec les autres, on donne aux Revêtemens plus de force qu'ils n'en ont veritablement pour réſiſter à la pouſſée des Terres.

Ainſi la ſuppoſition des Terres parfaitement roulantes s'accommode très bien avec celle des Revêtemens bien liés & bien conſtruits, en

* 21. Fev. 1728.

en ſorte que l'avantage que l'on donne de trop aux Terres eſt compenſé par celui que l'on donne auſſi de trop aux Revêtemens.

Suivant cette ſuppoſition des Terres parfaitement roulantes & de la Maçonnerie bien liée, je vais examiner quel avantage le Contrefort donne au Revêtement, & quelle doit être la baſe d'un Revêtement qui a des Contreforts.

Les Contreforts ſont des Eperons unis au Revêtement & rentrans dans le Terre-plain du rempart, qui ſervent à retenir le Revêtement que les Terres pourroient renverſer; l'on ne ſauroit donc ajoûter de Contreforts au Revêtement ſans ſuppoſer la Maçonnerie bien liée, en ſorte que le Revêtement & ſes Contreforts ne faſſent qu'un ſeul Corps, dont on ne pourroit renverſer une partie ſans renverſer le tout; car ſi la Maçonnerie étoit mal liée, en ſorte qu'une partie pût être renverſée ſans l'autre, les Contreforts deviendroient inutiles, attendu que le Revêtement pouſſé par les Terres entre deux Contreforts ſeroit renverſé entre ces mêmes Contreforts de la même maniere, & avec autant de facilité que s'il n'y avoit point de Contreforts.

Mais ſi la Maçonnerie eſt bien liée, c'eſt-à-dire, le Revêtement bien uni à ſes Contreforts, & dans toutes ſes parties, pour-lors la partie du Revêtement qui eſt entre deux Contreforts, quoique foible d'elle-même, ne pourra être renverſée, attendu qu'elle eſt retenue à ſes extremités par les deux Contreforts. Cela poſé, il ne faudra plus examiner l'énergie d'une lame de Revêtement, comme nous

nous avons fait précédemment, mais l'énergie de la partie du Revêtement qui va d'un Contrefort à l'autre, y compris un Contrefort.

Il ne faudra pas non plus prendre l'énergie d'une lame triangulaire de terre, mais celle de toutes les Terres qui pouſſent entre deux Contreforts, & contre un Contrefort.

Pour faire cette recherche avec ordre, je cherche dans le premier Problême l'énergie des Terres qui pouſſent entre deux Contreforts.

Dans le ſecond Problême, je cherche l'énergie des Terres qui pouſſent contre un Contrefort.

Et dans un troiſieme Problême, je cherche l'énergie des efforts accidentels qui pouſſent entre deux Contreforts, parce que ceux qui pouſſent contre un Contrefort ne ſont point capables de nuire au Revêtement.

Dans le quatrieme Problême, je cherche quelle doit être la baſe du Revêtement parallélogrammique, tel que l'effort compoſé de la Pouſſée des Terres, de la peſanteur du Revêtement & de ſes Contreforts, & des efforts accidentels, ſoit dirigé vers le milieu de la baſe du Revêtement.

Dans le cinquieme Problême, je cherche la baſe d'un Revêtement triangulaire, avec les mêmes conditions.

Enfin dans le ſixieme Problême, je cherche la baſe d'un Revêtement qui a un fruit égal à la ſixieme partie de ſa hauteur, avec les mêmes conditions que dans les précédens Problêmes.

Pour

Pour cela j'ai ſuppoſé la peſanteur de la Maçonnerie à celle de la terre dans le rapport de p à q.

J'ai fait auſſi l'eſpace compris entre deux Contreforts & l'épaiſſeur deſdits Contreforts dans le rapport de m à n, & la longueur deſdits Contreforts égale à la baſe du Revêtement.

J'ai fait les Contreforts d'égale épaiſſeur, & perpendiculaires ſur le Revêtement.

Comme nous ajoûtons des Contreforts au Revêtement, nous devons ſuppoſer que le Revêtement & les Contreforts ne feront enſemble qu'un même Corps, ſi bien uni, que l'un ne pourra être renverſé ſans l'autre, en ſorte que les Contreforts ſerviront non ſeulement à affermir les parties du Revêtement auxquelles ils ſont joints, mais encore les eſpaces du Revêtement compris entre eux.

A cauſe de cette liaiſon que nous donnons au Revêtement & aux Contreforts, nous ne ſuppoſerons plus que le Revêtement ſe puiſſe caſſer parallelement au talus naturel des Terres, mais ſeulement horizontalement, c'eſt-à-dire, ſuivant les joints horizontaux des pierres qui forment le Revêtement, puiſque c'eſt l'endroit où le Revêtement eſt moins lié.

Comme nous avons démontré dans le premier Memoire, que toutes les parties du Revêtement triangulaire avoient une énergie également proportionnée à celle des Terres qui pouſſent contre ces mêmes parties, il eſt évident qu'un Revêtement qui ne ſera pas triangulaire, c'eſt-à-dire, qui aura quelque épaiſ-

épaiſſeur à ſon ſommet, aura plus de force dans ſes parties ſupérieures que dans les inférieures, & que par conſéquent ſa baſe ſera la partie la plus foible par rapport à la hauteur des Terres qu'il doit ſoûtenir,

C'eſt pourquoi nous nous attacherons à donner à cette partie inférieure autant d'épaiſſeur qu'il lui en faut pour réſiſter à l'énergie des Terres, ſans nous embarraſſer des parties ſupérieures qui auront toûjours plus de force qu'il ne leur en faut, attendu qu'elles ont une épaiſſeur beaucoup plus grande que la baſe par rapport à leur hauteur.

Comme il auroit été trop long de faire ce Mémoire dans les trois hypotheſes d'arrangement de terre, ainſi que j'ai fait dans les deux Mémoires précédens, je me ſuis contenté de faire celui-ci dans l'hypotheſe d'un grain appuyé ſur trois autres grains qui forment un Tétraëdre, dont je ſuppoſe l'arrête tournée vers le Revêtement.

Au reſte, pour peu que l'on ſoit verſé dans le calcul Algébrique, il ne ſera pas difficile d'appliquer ce Mémoire aux deux autres hypotheſes, ſur-tout avec l'aide du ſecond Mémoire où j'ai donné les différentes pouſſées des Terres dans les trois différens arrangemens.

PRO-

PROBLEME I.

Trouver l'énergie des Terres entre deux Contreforts.

SOLUTION.

* Soit la hauteur AB des Terres & du Revêtement $= a$.

Suivant le Theoreme ſecond de la ſeconde partie l'on aura AG par cette analogie . . . . . $\sqrt{2} : 1 :: AB : AG$.

C'eſt-à-dire . . . . $\sqrt{2} : 1 :: a : \frac{a}{\sqrt{2}} = AG$.

Et par conſéquent la ſurface du Triangle $ABG = \frac{aa}{2\sqrt{2}}$.

Comme ce Triangle ABG eſt le profil des Terres qui pouſſent contre le Revêtement entre deux Contreforts, ſi l'on multiplie ce profil $\frac{aa}{2\sqrt{2}}$ par la diſtance m d'un Contrefort à l'autre, le produit $\frac{aam}{2\sqrt{2}}$ ſera le ſolide des Terres qui pouſſent entre deux Contreforts.

Et comme nous exprimons la peſanteur des Terres par leur dimenſion, le ſolide $\frac{aam}{2\sqrt{2}}$ ſera la peſanteur des Terres qui pouſſent entre deux Contreforts.

Mais nous avons trouvé par le Théoreme V. de

* Fig. 1.

de la ſeconde partie, que la peſanteur des Terres eſt à l'effort qu'elles font contre leur Revêtement :: $\sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{3}}$ ou :: $\sqrt{6} : 1$.

Nous aurons donc l'effort que les Terres font entre deux Contreforts, par cette analogie $\sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{}} :: \frac{aam}{2\sqrt{2}} : \frac{aam}{4\sqrt{3}}$ dont le quatrieme terme eſt cet effort cherché.

Soit Q le point vers lequel nous voulons diriger l'effort compoſé de la pouſſée des Terres & de la puiſſance ou peſanteur du Revêtement & des efforts accidentels.

Ce point Q ſera l'appui ſur lequel il faudra mettre ces trois puiſſances en équilibre, & par rapport auquel il faudra chercher leurs énergies.

Comme l'effort des Terres réuni à leur centre de gravité P ſe fait ſuivant PO parallelement au Talus naturel GB des Terres, ſi du point Q l'on tire QO perpendiculaire à la direction PO de cet effort, cette perpendiculaire QO ſera le Levier des Terres.

Donc ſi l'on multiplie l'effort $\frac{aam}{4\sqrt{3}}$ que font les Terres entre deux Contreforts, par leur Levier QO, le produit ſera l'énergie des Terres qui pouſſent ſur la partie du Revêtement entre deux Contreforts.

Pour trouver ce bras de Levier QO tirés-lui une parallele BR, l'on aura un triangle rectangle BRS ſemblable au profil rectangle GAB.

Ce

Ce qui donne cette proportion $BG:GA::SB:BR$. Mais (*Theor. II. de la ſeconde partie*) $BG:GA::\sqrt{3}:1$ & $BS=\frac{AB}{3}=\frac{a}{3}$ parce que la ligne PO paſſant par le centre de gravité P du Triangle BGA, & étant parallele à ſon côté GB, doit couper le côté AB par le tiers.

Donc l'analogie précédente... $BG:GA::SB:BR$ ſe change en celle-ci . . . . $\sqrt{3}:1::\frac{a}{3}:\frac{a}{3\sqrt{3}}$.

Ainſi BR, ou ſon égal $NO=\frac{a}{3\sqrt{3}}$.

Soit la baſe BC. . . . . $=x$, & le point d'appui Q placé au milieu de cette baſe, l'on aura BQ . . . . . $=\frac{x}{2}$.

Mais le Triangle BNQ étant ſemblable au Triangle BLG, l'on aura $BG:GL::BQ:QN$. & (*Theor. II. de la 2de. partie*) $BG:GL::\sqrt{3}:\sqrt{2}$.

Et nous venons de trouver $BQ=\frac{x}{2}$.

Donc l'on aura . . . . . $\sqrt{3}:\sqrt{2}::\frac{x}{2}:QN$.

Et par conſéquent $QN=\frac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{x}{\sqrt{6}}$.

Mais $QO=NO-QN$, & nous avons trouvé ci-deſſus $NO=\frac{a}{3\sqrt{3}}$ & $QN=\frac{x}{\sqrt{6}}$.

Donc $QO=\frac{a}{3\sqrt{3}}-\frac{x}{\sqrt{6}}$ pour le Levier des Terres;

Donc

Donc en multipliant la pouſſée $\frac{aam}{4\sqrt{3}}$, par ce bras de Levier, le produit $\frac{a^3m}{36} - \frac{aamx}{4\sqrt{18}} = \frac{a^3m}{36} - \frac{aamx}{12\sqrt{2}}$ ſera l'énergie des Terres qui pouſſent entre deux Contreforts. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

Trouver l'Energie des Terres contre un Contrefort.

SOLUTION.

* Soit le Contrefort *HFBA*.

Sa hauteur *HF*, comme celle des Terres & du Revêtement $= a$.

La longueur *FB* de ſa baſe égale à la baſe x du Revêtement, & ſon épaiſſeur que je ſuppoſe égale dans toute ſon étendue, le conſiderant comme un parallelépipede $= n$.

Nous aurons, comme dans le Problême précédent, le profil *IFH* des Terres qui pouſſent contre le Contrefort. . . . . $= \frac{aa}{2\sqrt{2}}$, parce que leur hauteur eſt a, leur baſe $IH. = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Si l'on multiplie ce profil par l'épaiſſeur n du Contrefort, le produit $\frac{aan}{2\sqrt{2}}$ ſera le ſolide des

* Fig 2.

des Terres qui pouſſent contre le Contrefort.

Et comme nous exprimons toûjours la peſanteur des Terres par leur dimenſion, ce ſolide exprimera la peſanteur des Terres qui pouſſent contre ledit Contrefort.

Mais la peſanteur des Terres eſt à l'effort qu'elles font contre le Revêtement (*Théor. V. de la 2de. partie*) :: $\sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{3}}$ ou :: $\sqrt{6} : 1$.

Nous aurons donc l'effort que les Terres font contre le Contrefort par cette analogie $\sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{3}} :: \frac{aan}{2\sqrt{2}} : \frac{aan}{4\sqrt{3}}$, dont le quatrieme terme eſt ledit effort.

Le point d'appui Q étant placé au milieu de la baſe BC du Revêtement, comme dans le Problême précédent, puiſque c'eſt le même Revêtement, nous aurons comme dans ce Problême précédent $BQ = \frac{x}{2}$, & comme nous avons fait $FB = x$, nous aurons $FQ = x + \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$.

Du point d'appui Q ſoit QM perpendiculaire ſur le prolongement FM du talus IF des Terres, le Triangle rectangle QMF ſera ſemblable au Triangle IKF.

Ce qui donne cette analogie... $FI : IK :: FQ : QM$. Mais (*Theor. II. de la 2de. partie*) $FI : IK :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$. Et nous avons $FQ = \frac{3x}{2}$. Donc nous aurons

$\sqrt{3}$:

$\sqrt{3} : \sqrt{2} :: \frac{3x}{2} : QM$, & par conſéquent $QM = \frac{3x\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{3x}{\sqrt{6}}$.

Maintenant du centre de gravité V du profil des Terres qui pouſſent contre le Contrefort ſoit tirée VT parallele au Talus naturel IF des Terres, cette ligne ſera la direction de l'effort des Terres réuni à leur centre de gravité V, & QT ſera le bras de Levier auquel cet effort eſt appliqué.

Pour connoître ce bras de Levier QT, ſoit tirée ZF perpendiculaire au talus IF.

Nous aurons le Triangle FYZ ſemblable au Triangle FIK, & nous aurons $FY = \frac{HF}{3} = \frac{a}{3}$.

Ce qui donne cette analogie.. $IF : FK :: FY : FZ$. Mais (*Theor. II. partie 2de.*) .. $IF : FK :: \sqrt{3} : 1$.

Et $FY = \frac{a}{3}$. Donc..... $\sqrt{3} : 1 :: \frac{a}{3} : FZ$.

Et par conſéquent FZ, ou ſon égal $MT = \frac{a}{3\sqrt{3}}$.

Mais nous avons trouvé ci-devant $QM = \frac{3x}{\sqrt{6}}$.

* Donc dans la Figure 2e. l'on aura $QT = MT - QM = \frac{a}{3\sqrt{3}} - \frac{3x}{\sqrt{6}}$, & dans la Figure 3e. l'on aura $- QT = MT - QM = \frac{a}{3\sqrt{3}} - \frac{3x}{\sqrt{6}}$.

Il

* Fig. 2. & 3.

Il eſt évident que quand le bras de Levier QT tombera au-deſſus de la baſe BC (*Figure* 2e.) l'effort des Terres qui eſt appliqué à ce bras de Levier tendra à renverſer le Revêtement, ainſi leur énergie ſera poſitive, auſſi-bien que le bras de Levier QT.

Mais quand ce bras de Levier QT ſera au-deſſous de la baſe BC, comme dans la Figure 3e. pour-lors l'effort des Terres qui lui eſt appliqué tendra plutôt à affermir le Revêtement qu'à le renverſer, & par conſéquent leur énergie ſera négative auſſi-bien que le bras de Levier QT.

Ainſi ce bras de Levier doit être poſitif dans la Figure 2e. & négatif dans la Figure 3e.

Mais ce bras de Levier QT eſt toûjours $= MT - QM$, ſoit qu'il ſoit poſitif comme dans la Figure 2e. ou négatif comme dans la Figure 3e.

Donc en faiſant ce Levier $QT = MT - QM$ il ſe trouvera poſitif dans le cas de la Figure 2e. & négatif dans le cas de la Figure 3e.

Puiſque $QT = MT - QM = \frac{a}{3\sqrt{3}} - \frac{3x}{\sqrt{6}}$ dans quelque cas que ce ſoit, ſi l'on multiplie la pouſſée $\frac{aan}{4\sqrt{3}}$ des Terres contre le Contrefort par ce bras de Levier $QT = \frac{a}{3\sqrt{3}} - \frac{3x}{\sqrt{6}}$, le produit $\frac{a^3n}{36} - \frac{3xaan}{4\sqrt{18}} = \frac{a^3n}{36} - \frac{aanx}{4\sqrt{2}}$ ſera l'énergie des Terres qui pouſſent contre un Contrefort, laquelle énergie ſera poſitive ou négative ſuivant que le bras de Levier

QT se trouvera ou bien au dessus, ou bien au dessous de la base BC. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME III.

Trouver l'énergie des efforts accidentels faits entre deux Contreforts, évalués à une masse de Terre dont le Terre-plain du rempart seroit chargé entre les Contreforts, & dont la hauteur égale c.

SOLUTION.

* Comme les efforts accidentels qui se font contre le Contrefort, ne peuvent point contribuer à renverser le Revêtement, attendu qu'il est renforcé à cet endroit par le Contrefort, nous chercherons seulement l'énergie des efforts accidentels qui se font entre deux Contreforts, & nous évaluerons ces efforts à la poussée d'une masse de Terre dont la hauteur est c, & dont le Terre-plain du rempart seroit chargé entre lesdits Contreforts.

Et comme nous ne voulons que les efforts accidentels qui servent à renverser le Revêtement, du point d'appui Q du Revêtement soit tiré $Q\lambda$, il est évident qu'il n'y aura que les Terres dont le profil est $\lambda\delta$, & dont la base est $A\lambda$, qui pourront contribuer à renverser le Revêtement, parce que celles qui seroient sur la partie $G\lambda$ du Terre-plain feroient plutôt effort pour appuyer le Revêtement que pour le renverser.

Or

* Fig. 1.

Or cette baſe $A\lambda = AG - G\lambda$.

Mais $AG = \frac{a}{\sqrt{2}}$, comme nous l'avons démontré (*Prob.* I.) & $G\lambda = BQ = \frac{x}{2}$ parce que le point d'appui Q eſt au milieu de la baſe BC.

Donc $A\lambda = \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{x}{2}$.

Multipliant cette baſe $A\lambda = \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{x}{2}$ par ſa hauteur c, le produit $\frac{ac}{\sqrt{2}} - \frac{cx}{2}$ ſera le profil de cette maſſe à laquelle nous évaluerons les efforts accidentels.

Et comme nous ſuppoſons que cette maſſe n'agit que ſur la partie du Revêtement qui eſt entre deux Contreforts :

Si l'on multiplie le profil que nous venons de trouver par la diſtance m d'un Contrefort à l'autre, le produit $\frac{acm}{\sqrt{2}} - \frac{cxm}{2}$ ſera le ſolide de la maſſe qui agit entre deux Contreforts.

Et comme nous exprimons la peſanteur des Terres par leur dimenſion, nous aurons la peſanteur de cette maſſe à laquelle nous évaluons les efforts accidentels $= \frac{acm}{\sqrt{2}} - \frac{cxm}{2}$.

Mais la peſanteur d'une maſſe de Terre eſt à l'effort qu'elle fait contre le Revêtement : : $\sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{3}}$ (*Theor. V. Part II.*) ou : : $\sqrt{6} : 1$.

Donc nous aurons la pouſſée ou l'effort que

fait cette maſſe contre le Revêment par cette analogie $\sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{3}} :: \frac{acm}{\sqrt{2}} - \frac{cxm}{2} : \frac{acm}{2\sqrt{3}} - \frac{cxm}{2\sqrt{6}}$.

Dont le quatrieme terme eſt l'effort que cette maſſe fait entre deux Contreforts.

Voyons maintenant quel eſt le Levier auquel cet effort eſt appliqué.

Comme l'effort que fait la maſſe $\lambda\delta$, eſt réuni à ſon centre de gravité φ, la direction de cet effort diviſera la baſe $A\lambda$ en deux parties égales, de ſorte que l'on aura $\lambda\pi = \frac{A\lambda}{2} = \frac{a}{2\sqrt{2}} - \frac{x}{4}$.

Si du point π l'on tire $\pi\sigma$ perpendiculaire ſur $Q\lambda$, le triangle $\lambda\sigma\pi$ ſera ſemblable au Triangle GAB.

Ce qui donnera cette analogie $GB : BA :: \lambda\pi : \pi\sigma$.

Mais (*Theorême II. partie II.*) $GB : BA :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$.

Et nous venons de trouver $\lambda\pi = \frac{a}{2\sqrt{2}} - \frac{x}{4}$.

Nous aurons donc cette analogie $\sqrt{3} : \sqrt{} :: \frac{a}{2\sqrt{2}} - \frac{x}{4} : \pi\sigma$. D'où l'on tire $\pi\sigma$ ou ſon égal $Q\omega = \frac{a}{2\sqrt{3}} - \frac{x\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}} - \frac{x}{2\sqrt{6}}$.

Mais $Q\omega$ eſt le bras de Levier des efforts accidentels ou de la maſſe $\lambda\delta$.

Donc ſi l'on multiplie la pouſſée $\frac{acm}{2\sqrt{3}} - \frac{cxm}{2\sqrt{6}}$ de cette maſſe par ſon Levier $\frac{a}{2\sqrt{3}} - \frac{x}{2\sqrt{6}}$, le pro-

produit $\frac{aacm}{12} - \frac{acxm}{6\sqrt{2}} + \frac{cxxm}{24}$ ſera l'énergie de la maſſe à laquelle nous évaluous les efforts accidentels qui ſe font entre deux Contreforts. *Ce qu'il falloit trouver.*

SCHOLIE.

Si l'ont joint enſemble les trois énergies que nous venons de trouver dans les trois Problêmes précédens, leur ſomme $\frac{a^3m}{36} - \frac{amx}{12\sqrt{2}}$

$+ \frac{a^3n}{36} - \frac{xaan}{4\sqrt{2}} + \frac{aacm}{12} - \frac{acxm}{6\sqrt{2}} + \frac{cxxm}{24}$

$= \frac{a^3m + a^3n + 3aacm}{36} - \frac{aamx - 3aanx - 2acmx}{12\sqrt{2}}$

$+ \frac{cmxx}{24}$ ſera l'énergie des Terres qui pouſſent contre l'eſpace du Revêtement qui comprend un Contrefort & l'intervalle qui eſt entre deux Contreforts, & auſſi l'énergie des efforts accidentels qui pouſſent ſur la partie renfermée entre deux Contreforts.

PROBLEME IV.

Trouver la baſe d'un Revêtement parallélogrammique, telle que l'effort compoſé de la pouſſée des Terres, des efforts accidentels, de la peſanteur du Revêtement, & de ſes Contreforts, ſoit dirigé vers le milieu Q de la baſe.

SOLUTION.

* Puiſque l'effort compoſé de la pouſſée des Terres, des efforts accidentels, de la puiſſance du Revêtement & de ſes Contreforts, eſt ſuppoſé dirigé vers le milieu de la baſe du Revêtement comme dans les Problêmes précédens, ces puiſſances ſeront en équilibre ſur un point d'appui placé ſur le milieu Q de la baſe BC du Revêtement.

Cela poſé, ſoit comme dans les Problêmes précédens, dont celui-ci n'eſt que la ſuite :

La hauteur AB du Revêtement comme celle des Terres. . . . . $= a$.

Sa baſe BC. . . . . $= x$.

La longueur FB du Contrefort ſoit auſſi. . . . . $= x$.

L'épaiſſeur FG du Contrefort. . . $= n$.

La diſtance AL d'un Contrefort à l'autre . . . . . $= m$.

L'on aura la diſtance AK d'un Contrefort à l'autre, y compris un Contrefort. . . . . $= m + n$.

Comme le point d'appui Q eſt au milieu de la baſe BC, l'on aura BQ... $= \frac{x}{2}$.

Com-

* Fig. 4.

Comme le Revêtement eſt parallélogrammique, ſa peſanteur réunie à ſon centre de gravité P, tombera ſur le milieu Q de ſa baſe où eſt le point d'appui. Il n'aura donc point de bras de Levier, & ſon énergie ſera par conſéquent nulle ſur ce point d'appui Q, puiſque le Levier d'une puiſſance eſt l'eſpace compris depuis le point d'appui juſqu'à la direction de ſon centre de gravité.

Il n'y aura donc dans ce cas-ci, que l'énergie du Contrefort qui ſoûtiendra l'énergie des Terres ſur le point d'appui Q.

Voyons donc quelle eſt l'énergie du Contrefort.

Puiſque la hauteur HF du Contrefort. . . . . $= a$.

Sa longueur BF. . . . . $= x$.

Son épaiſſeur FG. . . . . $= n$.

Et que nous le ſuppoſons parallélépipédale, ſon ſolide ſera. . . . . $= anx$.

Si ce Contrefort étoit de Terre, j'exprimerois ſa peſanteur par ſon ſolide anx, parce que j'ai toûjours exprimé la peſanteur des Terres par leur dimention.

Mais comme il eſt de Maçonnerie, dont la peſanteur eſt à celle de la Terre dans le rapport de p à q, nous aurons la peſanteur de ce Contrefort par cette analogie $q : p :: anx : \frac{panx}{q}$, dont le quatrieme terme exprime la peſanteur de ce Contrefort.

Cette peſanteur $\frac{panx}{q}$ étant réunie à ſon centre de gravité T, qui eſt ſon milieu, ſera ap-

appliquée au bras de Levier $VQ = VB + BQ = \frac{BF}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = x$. Co

Donc si l'on multiplie la pesanteur $\frac{panx}{q}$ de ce Contrefort par son Levier x, le produit $\frac{panxx}{q}$ sera son énergie, qui doit être égale à l'énergie des Terres & des efforts accidentels que nous avons trouvée dans le Scholie qui précede ce Problême.

Ce qui nous donne cette Equation,

$$\frac{panxx}{q} = \frac{a^3m + a^3n + 3aacm}{36} - \frac{aamx - 3aanx - 2acmx}{12\sqrt{2}} + \frac{cmxx}{24}.$$

D'où l'on tire

$$x = \sqrt{\frac{a^3m + a^3n + 3aacm}{36 \times \frac{pan}{q} - \frac{cm}{24}} + \left(\frac{aam + 3aan + 2acm}{12\sqrt{2} \times \frac{2pan}{q} - \frac{cm}{12}}\right)^2} - \frac{aam - 3aan - 2acm}{12\sqrt{2} \times \frac{2pan}{q} - \frac{cm}{12}}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRE I.

Si l'on fixe à 20 pieds l'intervalle m, qui eſt entre deux Contreforts.

Et à 20 pieds la hauteur c des Terres, à la pouſſée deſquelles nous évaluons les efforts accidentels.

Et ſi les peſanteurs de la Maçonnerie & de la Terre que nous avons fait, comme p à q, ſont dans le rapport de 3 à 2; c'eſt-à-dire, ſi l'on fait... $m = 20.$

$c = 20.$

$p = 3.$

$q = 2.$

La formule du Problême IV deviendra celle-ci;

$$x = \sqrt{\frac{20a^3 + a^3n + 1200aa}{54an - 600} + \left(\frac{20aa + 3aan + 800a}{\sqrt{2 \times 36an - 400}}\right)^2} - \frac{20aa - 3aan - 800a}{\sqrt{2 \times 36an - 400}},$$

qui eſt la baſe du Revêtement demandé.

COROLLAIRE II.

Si, comme M. de Vauban, l'on fixe l'épaiſſeur n des Contreforts à la dixieme partie de la hauteur du Revêtement plus 2 pieds, c'eſt-à-dire, ſi l'on fait $n = \frac{a}{10} + 2$.

La formule du Corollaire précédent, & par conſéquent celle du Problême IV, ſe changera en celle-ci,

$$x = \sqrt{\frac{\frac{a^4}{10} + 22a^3 + 1200aa}{\frac{54aa}{10} + 108a - 600} + \left(\frac{\frac{3a^3}{10} + 26aa + 300a}{\frac{36aa}{10} + 72a - 400 \times \sqrt{2}}\right)^2} - \frac{\frac{3a^3}{10} - 26aa - 300a}{\frac{36aa}{10} + 72a - 400 \times \sqrt{2}}.$$

Cela poſé, un Revêtement des quatre-vingt pieds aura une baſe de 15 pieds 8 pouces 9 lignes.

Et ſes Contreforts auront de même 15 pieds 8 pouces 9 lignes de long.

Et un Revêtement de vingt pieds de hauteur aura une baſe de 7 pieds 6 pouces 4 lignes, & ſes Contreforts en auront autant.

Et un Revêtement de dix pieds de hauteur aura une baſe de 5 pieds 8 lignes & $\frac{1}{2}$, & ſes Contreforts auront autant de longueur.

PROBLEME V.

Trouver la baſe d'un Revêtement triangulaire, telle que l'effort compoſé de la pouſſée des Terres, des efforts accidentels, de la peſanteur du Revêtement, & de ſes Contreforts, ſoit dirigé vers le milieu Q *de ſa baſe.*

SOLUTION.

*Soit comme dans les quatre premiers Problêmes, dont celui-ci eſt la ſuite :

La hauteur AB du Revêtement, de même que celle des Terres. . . . . $= a$.

Sa baſe BC. . . . . $= x$.

La longueur FB de ſes Contreforts ſoit auſſi. . . . . $= x$.

L'épaiſſeur FG du Contrefort. . . . $= n$.

La diſtance AL compriſe entre deux Contreforts. . . . . $= m$

L'on aura la diſtance AK d'un Contrefort à l'autre, en y comprenant un Contrefort. . . . . $= m + n$.

Com-

* Fig. 5.

Comme le point Q eſt le milieu de la baſe BC, l'on aura $BQ \ldots\ldots = \frac{x}{2}$.

Puiſque l'effort compoſé de la pouſſée des Terres, des efforts accidentels, de la peſanteur du Revêtement, & de ſes Contreforts, eſt dirigé vers ce milieu Q de la baſe, ce milieu Q ſervira de point d'appui ſur lequel ces puiſſances ſeront en équilibre.

C'eſt-à-dire, que l'énergie que le Revêtement & ſes Contreforts auront ſur ce point d'appui, doit être égale à l'énergie que les Terres & les efforts accidentels auront ſur ce même point d'appui.

Comme la hauteur du Revêtement eſt. . . . . $= a$.

Sa baſe $= x$, & qu'il eſt triangulaire,

Son profil ſera. . . . . $= \frac{ax}{2}$.

Si l'on multiplie ce profil par la diſtance AK ou $m + n$ d'un Contrefort à l'autre, y compris un Contrefort, le produit $\frac{max + nax}{2}$ ſera le ſolide de cette partie du Revêtement.

Comme la hauteur HF du Contrefort $= a$.

La longueur FB de ſa baſe. . . . . $= x$.

Son épaiſſeur. . . . . $= n$.

Et qu'il eſt parallelépipedale, ſon ſolide ſera . . . . . $= nax$.

Si le Revêtement & ſes Contreforts étoient de Terre, j'exprimerois leur peſanteur par leur ſolide; mais comme ils ſont de Maçonnerie, dont la peſanteur eſt à celle de la Terre $:: p : q$, l'on aura la peſanteur du Revêtement

ment par cette analogie $q : p :: \frac{max + nax}{2} : \frac{pmax + pnax}{2q}$, dont le quatrieme terme eſt la peſanteur de la partie du Revêtement qui va d'un Contrefort à l'autre, y compris la partie qui eſt unie à un Contrefort.

L'on aura auſſi la peſanteur du Contrefort par une ſemblable analogie ; $q : p :: nax : \frac{pnax}{q}$, dont le quatrieme terme exprime la peſanteur de ce Contrefort.

Mais la peſanteur du Revêtement étant réunie à ſon centre de gravité P, eſt appliquée au bras de Levier $QZ = \frac{BC}{6} = \frac{x}{6}$.

Et la peſanteur du Contrefort étant réunie à ſon centre de gravité T, qui eſt ſon milieu, eſt appliquée au bras de Levier $VQ = VB + BQ = \frac{FB}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = x$.

Donc l'énergie du Revêtement eſt $\frac{pmaxx + pnaxx}{12q}$ & l'énergie du Contrefort eſt $\frac{pnaxx}{q}$.

Et ajoûtant ces deux énergies, leur ſomme $\frac{pmaxx + 12pnaxx}{12q}$ ſera l'énergie du Revêtement avec ſes Contreforts, laquelle doit être égale à l'énergie des Terres & des efforts accidentels que nous avons trouvée dans les trois premiers Problêmes, ou dans le Scholie qui les ſuit ; ce

qui donne cette équation, $\frac{9maxx+139naxx}{12q} = \frac{a^3m+a^3n+3aacm}{36} - \frac{aamx-3aanx-2acmx}{12\sqrt{2}} + \frac{cmxx}{24}$. D'où l'on tire

$$x = \sqrt{\frac{2mqa^3+2nqa^3+6cmqaa}{6mpa+78npa-3cmq} + \left(\frac{mqaa+3nqaa+2cmqa}{2pma\sqrt{2}+26pna\sqrt{2}-cmq\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{mqaa-3nqaa-2cmqa}{2pma\sqrt{2}+26pna\sqrt{2}-cmq\sqrt{2}}.$$ *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si comme dans le Corollaire premier du Problême IV. l'on fait . . . $m = 20.$
$c = 20.$
$p = 3.$
$q = 2.$

La formule du Problême V. deviendra celle-ci.

$$x = \sqrt{\frac{40a^3 + 2na^3 + 2400aa}{180a + 117na - 1200} + \left(\frac{20aa + 3naa + 800a}{60a\sqrt{2} + 39na\sqrt{2} - 400\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{20aa - 3naa - 800a}{60a\sqrt{2} + 39na\sqrt{2} - 400\sqrt{2}}.$$

Ce

DES SCIENCES,

COROLLAIRE II.

Si, comme M. de Vauban, l'on fait l'épaiſſeur des Contreforts = 2 pieds $+ \frac{1}{10}$ de la hauteur du Revêtement, c'eſt-à-dire, ſi l'on fait $n = \frac{a}{10} + 2$;

La formule du Corollaire précédent, & par conſéquent celle du Problême V. ſe changera en celle-ci,

$$x = \sqrt{\frac{2a^4 + 440a^3 + 24000aa}{117aa + 4140a + 12000} + \left(\frac{3a^3 + 260aa + 8000a}{39aa\sqrt{2} + 1380a\sqrt{2} - 4000\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{3a^3 - 260aa - 8000a}{39aa\sqrt{2} + 1380a\sqrt{2} - 4000\sqrt{2}}.$$

Cela posé, un Revêtement triangulaire de quatre-vingts pieds de hauteur aura une base de 14 pieds 5 pouces 11 lig.

Et ses Contreforts auront la même longueur de 14 pieds 5 pouces 11 lig.

Et le Revêtement de dix pieds de hauteur aura une base de 4 pieds 5 pouces 9 lig.

M. de Vauban fait aussi la longueur des Contreforts de deux pieds plus grande que la cinquieme partie de leur hauteur.

PROBLEME VI.

* *Etant donné le fruit d'un Revêtement égal à la sixieme partie de sa hauteur, trouver sa base, telle que l'effort composé de la poussée des Terres, des efforts accidentels, de la pesanteur ou puissance du Revêtement & de ses Contreforts, soit dirigé vers le milieu* Q *de sa base.*

SOLUTION.

Soit comme dans les Problêmes précédens
la hauteur AB du Revêtement . . . $= a$.
Sa base BC . . . . . $= x$.

Son fruit DC par l'hypothese. . . $= \frac{a}{6}$.

La longueur FB des Contreforts
soit comme la base du Revêtement $= x$.
Son épaisseur FG. . . . . $= n$.
Sa hauteur soit comme celle du
Revêtement . . . . . $= a$.

Et

* Fig. 6.

Et la distance compriſe entre 2 Contreforts . . . . . $= m$.

L'on aura la distance AK d'un Contrefort à l'autre, comprenant un Contrefort. . . . . $= m + n$.

Et comme le Contrefort eſt parallelépipédale, ſon ſolide ſera . . . . . $= anx$.

Le profil EDC de la partie triangulaire du Revêtement ſera . . . . $= \frac{aa}{12}$.

Si l'on multiplie ce profil par EN, ou ſon égal $AK = m + n$, le produit $\frac{maa + naa}{12}$ ſera le ſolide de cette partie triangulaire du Revêtement de E en N.

Puiſque la baſe entiere $BC = x$, & que le fruit $DC = \frac{a}{6}$, l'on aura BD, qui eſt la baſe de la partie parallelogrammique $= x - \frac{a}{6}$.

Et par conſéquent le profil $ABDE$ de la partie parallelépipedale du Revêtement ſera $= ax - \frac{aa}{6}$.

Et multipliant ce profil par $AK = m + n$, qui eſt la diſtance d'un Contrefort à l'autre, y compris un Contrefort, le produit $max + nax - \frac{maa - naa}{6}$ ſera le ſolide de cette partie parallelépipedale du Revêtement.

Nous avons donc les trois ſolides qui compoſent le Revêtement d'un Contrefort à l'autre, y compris un Contrefort.

Si

Si le Revêtement étoit de terre, j'exprimerois ſa peſanteur par les trois ſolides que je viens de trouver ; mais comme il eſt de Maçonnerie, dont la peſanteur eſt à celle de la Terre dans le rapport de p à q ;

L'on aura ſa peſanteur par ces trois analogies ; ſavoir, $q : p :: nax : \frac{pnax}{q}$, dont le quatriéme terme ſera la peſanteur du Contrefort.

Le quatrieme terme de l'analogie ſuivante nous donnera auſſi la peſanteur de la partie $NEDC$, dont le profil EDC eſt triangulaire, ſavoir $q : p :: \frac{maa+naa}{12} : \frac{pmaa+pnaa}{12q}$.

Enfin, l'on aura la peſanteur de la partie parallelépipedale $AKNEDB$ par le quatrieme terme de cette analogie $q : p :: max+nax - \frac{maa-naa}{6} : \frac{pmax+pnax}{q} - \frac{pmaa-pnaa}{6q}$.

Mais la peſanteur $\frac{pnax}{q}$ du Contrefort étant réunie à ſon centre de gravité T, qui eſt ſon milieu, eſt appliquée au bras de Levier $VQ = VB + BQ = x$. Son énergie ſera donc comme dans les deux Problêmes précédens IV. & V. $= \frac{pnaxx}{q}$.

La peſanteur $\frac{pmaa+pnaa}{12q}$ de la partie du Revêtement, dont le profil eſt triangulaire, étant réunie à ſon centre de gravité O, eſt appliquée au bras de Levier $XQ = XC - QC$

=

$= \frac{2DC}{3} - QC$. Mais $DC = \frac{a}{6}$ & $QC = \frac{x}{2}$.

Donc le Levier $XQ = \frac{a}{9} - \frac{x}{2}$.

Donc en multipliant ce Levier par la peſanteur $\frac{pmaa + pnaa}{12q}$, le produit $\frac{pma^3 + pna^3}{108q} - \frac{pmaax - pnaax}{24q}$ ſera l'énergie de la partie priſmatique $NEDC$ du Revêtement.

Enfin la peſanteur $\frac{pmax + pnax}{q} - \frac{pmaa - pnaa}{6q}$ de la partie parallelépipedale $AKNEDB$ du Revêtement, étant réunie à ſon centre de gravité P, qui eſt ſon milieu, eſt appliquée au bras de Levier $ZQ = BQ - BZ = BQ - \frac{BD}{2}$.

Mais $BQ = \frac{x}{2}$ & $BD = x - \frac{a}{6}$.

Donc le Levier $ZQ = \frac{x}{2} - \frac{x}{2} + \frac{a}{12} = \frac{a}{12}$.

Et multipliant ce Levier $\frac{a}{12}$ par la peſanteur de la partie $AKNEDB$, le produit $\frac{pmaax + pnaax}{12q} - \frac{pma^3 - pna^3}{72q}$ ſera l'énergie de cette partie parallelépipedale du Revêtement.

Et ajoûtant enſemble ces trois énergies, leur ſomme $\frac{pnaxx}{q} + \frac{pma^3 + pna^3}{108q} - \frac{pmaax - pnaax}{24q}$ +

$+\frac{pmaax+pnaax}{12q}-\frac{pma^3-pna^3}{72q}=\frac{pnaxx}{q}+\frac{pmaax+pnaax}{24q}-\frac{pma^3-pna^3}{216q}$ sera C'

l'énergie du Revêtement & des Contreforts.

Or cette énergie doit être égale à celle des Terres & des efforts accidentels que nous avons trouvée dans les trois premiers Problêmes, ce qui nous donne cette équation,

$$\frac{pnaxx}{q}+\frac{pmaax+pnaax}{24q}-\frac{pma^3-pna^3}{216q}=\frac{a^3m+a^3n+3aacm}{36}-\frac{aamx-3aanx-2acmx}{12\sqrt{2}}+\frac{cmxx}{24}.$$

D'où l'on tire

$$x=\sqrt{\frac{6mqa^3+6nqa^3+18cmqaa+pma^3+pna^3}{216npa-9cmq}+\left(\frac{mpa^2\sqrt{2}+pnaa\sqrt{2}+2mqaa+6nqaa+4cmqa}{48pna\sqrt{2}-2cmq\sqrt{2}}\right)^2}-\frac{mpaa\sqrt{2}-npaa\sqrt{2}-2mqaa-6nqaa-4cqma}{48npa\sqrt{2}-2cmq\sqrt{2}},$$

qui eſt la valeur de la baſe *qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on fait comme dans le Corollaire premier des Problêmes IV. & V. . . . . $p = 3.$ c'eſt-à-dire,
$q = 2.$
$c = 20.$
$m = 20.$

La formule précédente du Prob. VI. ſe changera en celle-ci,

$$x = \sqrt{\frac{100a^3 + 5na^3 - 4800aa}{216na - 2400} + \left(\frac{60aa\sqrt{2} + 3naa\sqrt{2} + 80aa + 12naa + 3200a}{144na\sqrt{2} - 1600}\right)^2} - \frac{60aa\sqrt{2} - 3naa\sqrt{2} - 80aa - 12naa - 3200a}{144na\sqrt{2} - 1600}.$$

COROLLAIRE II.

Si, comme M. de Vauban, l'on fait l'épaiſſeur n des Contreforts $= \frac{a}{10} + 2$,

c'eſt-à-dire, égale à la dixieme partie de la hauteur plus 2 pieds.

Pour-lors la formule du Coroll. I. ſe changera en celle-ci,

$$x = \sqrt{\frac{5a^4 + 1100a^3 + 48000aa}{4320a + 216aa - 24000} + \left(\frac{3a^3\sqrt{2} + 660aa\sqrt{2} + 12a^3 + 1040aa + 32000a}{2880a\sqrt{2} + 144aa\sqrt{2} - 16000\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{3a^3\sqrt{2} - 660aa\sqrt{2} - 12a^3 - 1040aa - 32000a}{2880a\sqrt{2} + 144aa\sqrt{2} - 16000\sqrt{2}}.$$

Cela poſé, un Revêtement de quatre-vingts pieds qui aura un fruit égal à la ſixieme partie de ſa hauteur, avec la longueur de ſes Contreforts égale à la baſe totale dudit Revêtement, aura ladite baſe totale de 14 pieds 5 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$, & par conſéquent ſon épaiſſeur au cordon ſera 1 pied 1 pouce 3 lignes $\frac{1}{2}$ ſeulement, ayant la direction de l'effort compoſé, comme nous l'avons dit précédemment, ſur le milieu de la baſe totale.

COROLLAIRE III.

Si l'on fait = o la hauteur c des Terres à laquelle on évalue les efforts accidentels, pour-lors la formule du Problême VI. ſe changera en celle-ci,

$$x = \sqrt{\frac{6mqa^2 + 6nqa^2 + mpa^2 + npa^2}{216pn} + \left(\frac{mpa\sqrt{2} + npa\sqrt{2} + 2mqa + 6nqa}{48np\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{mpa\sqrt{2} - npa\sqrt{2} - 2mqa - 6nqa}{48np\sqrt{2}}.$$

Cela

COROLLAIRE IV.

Si comme dans le Corollaire I. & II. de ce Problême VI. l'on fait... $p = 3$.
$q = 2$.
$m = 20$.

Et si l'on fait l'épaisseur n des Contreforts égale à la racine quarrée de leur hauteur, c'est-à-dire $n = \sqrt{a}$.

La formule du Corollaire III. où l'on fait $c = 0$, se changera en celle-ci,

$$x = \sqrt{\frac{100a\sqrt{a} + 5aa}{216} + \left(\frac{60\sqrt{2a} + 3a\sqrt{2} + 80\sqrt{a} + 12a}{144\sqrt{2}}\right)^2} - \frac{60\sqrt{2a} - 3a\sqrt{2} - 80\sqrt{a} - 12a}{144\sqrt{2}}.$$

Cela posé, un Revêtement de 80 pieds aura sa base de 12 pieds 2 pouces 2 lignes, en dirigeant l'effort composé de la poussée des Terres & de la puissance du Revêtement, & de ses Contreforts vers le milieu de la base, & en faisant abstraction des efforts accidentels, & faisant l'épaisseur des Contreforts égale à la racine quarrée de leur hauteur; & par conséquent son épaisseur au cordon sera négative dans cette hauteur de 80 pieds, c'est-à-dire, que le Revêtement triangulaire qui aura pour base $\frac{1}{6}$ de sa hauteur, sera plus que suffisant avec ses Contreforts pour soûtenir la poussée des Terres.

REMARQUE.

L'on voit par les Corollaires II. des Problêmes IV. & V. que la base du Revêtement parallélogrammique est plus grande que celle du Revêtement triangulaire, lorsque l'effort composé est dirigé vers le milieu Q de la base *; ce qui pourroit paroître un paradoxe, & ce qui est cependant évident, si l'on fait réflexion que le point d'appui se trouvant pour lors au milieu de la base, la pesanteur du Revêtement parallélogrammique est dirigée vers ce point d'appui Q, ce qui rend son bras de Levier & par conséquent son énergie égale Zero, puisque le bras de Levier d'une puissance est la distance du point d'appui à la direction de cette puissance. Au lieu que † dans le Revêtement triangulaire, la pesanteur réu-

* Fig. 4. & 5. † Fig. 5.

réunie à ſon centre de gravité P, ne tombe point ſur le milieu de la baſe, comme dans le Revêtement parallélogrammique, mais à $\frac{1}{6}$ du milieu de cette baſe, ce qui fait que la peſanteur du Revêtement triangulaire eſt appliquée à un Levier ZQ égal à la ſixieme partie de la baſe.

Le Revêtement triangulaire aura donc une énergie ſur un point d'appui placé au milieu Q de ſa baſe, au lieu que le Revêtement parallélogrammique n'en ſauroit avoir ſur un tel point d'appui; & par conſéquent le Revêtement triangulaire aidera au Contrefort à ſoûtenir l'énergie des Terres, & le Revêtement parallélogrammique ne pourra point leur aider tant que ce point d'appui ſera dans la direction de ſon centre de gravité, c'eſt-à-dire au milieu de ſa baſe, ce qui fait que le Revêtement parallélogrammique & ſes Contreforts doivent être plus grands que le Revêtement triangulaire & ſes Contreforts.

Mais ſi le point d'appui eſt placé à un tiers * de la baſe du côté de la ſurface exterieure du Revêtement, pour-lors l'énergie du Revêtement parallélogrammique ſera égale à celle du Revêtement triangulaire de même baſe & de même hauteur, parce que le Revêtement triangulaire *, qui eſt la moitié du Revêtement parallélogrammique, aura un Levier XR double de celui XQ du Revêtement parallélogrammique, & que pour avoir des énergies égales, il faut que les Leviers des puiſſances ſoient entre eux en raiſon réci-

* Fig. 7.

proque des maſſes qui leur ſont appliquées.

Mais ſi le point d'appui, au lieu d'être au tiers comme ci-deſſus, étoit plus près du milieu Q, l'énergie du triangle ſeroit plus grande que l'énergie du parallélogramme, parce que ſon bras de Levier ſeroit plus grand que le double du Levier du parallélogramme.

Et ſi ce point d'appui X étoit plus écarté que le tiers du milieu Q vers la ſurface exterieure du Revêtement, pour-lors l'énergie du parallélogramme ſeroit plus grande que celle du triangle, parce que ſon Levier ſeroit plus de la moitié de celui du triangle.

THEOREME.

Les épaiſſeurs de murailles doivent être entre elles comme les racines quarrées de leur hauteur.

DEMONSTRRATION.

* Soient deux murailles, ou plutôt leur profil $ABCD$, $EFGH$. Je dis que ſi ces deux murailles ſont pouſſées dans chaque point de leur ſurface par un effort quelconque f, les baſes BC, FG de leur profil doivent être entre elles comme les racines quarrées de leur hauteur.

Soient les hauteurs AB, EF de ces murailles. . . . . a, c.

Leurs baſes BC, FG de leur profils. b, d.

Les ſurfaces de leurs profils ſeront ab, cd.

Com-

* Fig. 8. & 9.

Comme nous ſuppoſons que l'effort f pouſſe contre chaque point de la face CD de la muraille $ABCD$, & contre chaque point de la face HG de l'autre muraille $EFGH$, l'effort total qui ſe fera contre la muraille $ABCD$, ſera $= af$, & celui qui ſe fera contre la muraille $EFGH$ ſera cf.

Mais ces deux efforts étant réunis au centre de gravité des faces CD, HG de ces deux murailles, ſont appliqués aux bras de Levier $MB = \frac{a}{2}$ & $NF = \frac{c}{2}$.

Ainſi multipliant ces deux efforts af, cf par leur bras de Levier $\frac{a}{2}$ & $\frac{c}{2}$, les produits $\frac{aaf}{2}$, $\frac{ccf}{2}$ ſeront les énergies de la puiſſance f contre les murailles $ABCD$, $EFGH$, pour les renverſer en les faiſant tourner autour de leurs points d'appui B, F.

Maintenant ſi l'on multiplie les peſanteurs de ces murailles, que j'exprime par leurs profils ab, cd, qui leur ſont proportionnels, par leurs bras de Leviers $BQ = \frac{b}{2}$ & $FO = \frac{d}{2}$, les produits $\frac{abb}{2}$ & $\frac{cdd}{2}$ ſeront leurs énergies.

Mais les énergies de ces deux murailles doivent être proportionnées aux énergies que la puiſſance f a contre elles.

Donc nous aurons $\frac{aaf}{2} : \frac{abb}{2} :: \frac{ccf}{2} : \frac{cdd}{2}$, & par conſéquent $\frac{aafcdd}{4} = \frac{abbccf}{4}$; & diviſant

par $\frac{afc}{4}$, l'on aura $aad = bbc$, d'où l'on tire cette proportion $bb : dd :: a : c$; & tirant la racine quarrée de chaque terme, l'on aura $b : d :: \sqrt{a} :: \sqrt{c}$, c'eſt-à-dire, que les baſes b & d des murailles, doivent être comme les racines quarrées de leur hauteur a & c pour qu'elles réſiſtent également aux efforts latéraux ſemblables. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

Ceux qui ne tiennent point compte des Contreforts dans la force du Revêtement, & qui ne les regardent que comme des arrêts qui empêchent ſon entiere deſtruction, en cas que quelques-unes de ſes parties compriſes entre les Contreforts viennent à céder à l'effort qu'elles ont à ſoûtenir, trouveront ſans doute la partie compriſe entre deux Contreforts trop foible pour réſiſter aux efforts qu'elle doit ſoûtenir.

Mais s'ils font attention que nous avons ſuppoſé les Contreforts & le Revêtement comme des parties ſi bien unies, que l'une ne peut être renverſée ſans l'autre, leur objection ne tombera que ſur l'hypotheſe, & non pas ſur l'examen que j'ai fait des Revêtemens dans cette hypotheſe.

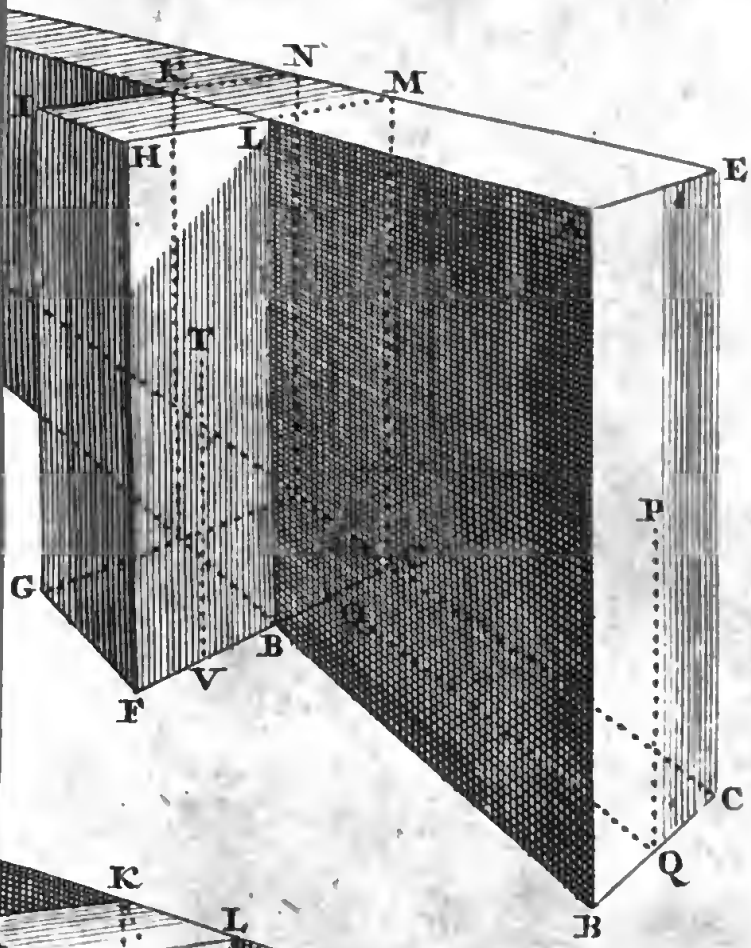
Au reſte la maniere dont je m'y ſuis pris pour examiner ces Revêtemens, prouve aſſés que je ne garantis point cette derniere hypotheſe, puiſque dans le Mémoire précédent j'ai donné les baſes des Revêtemens propres

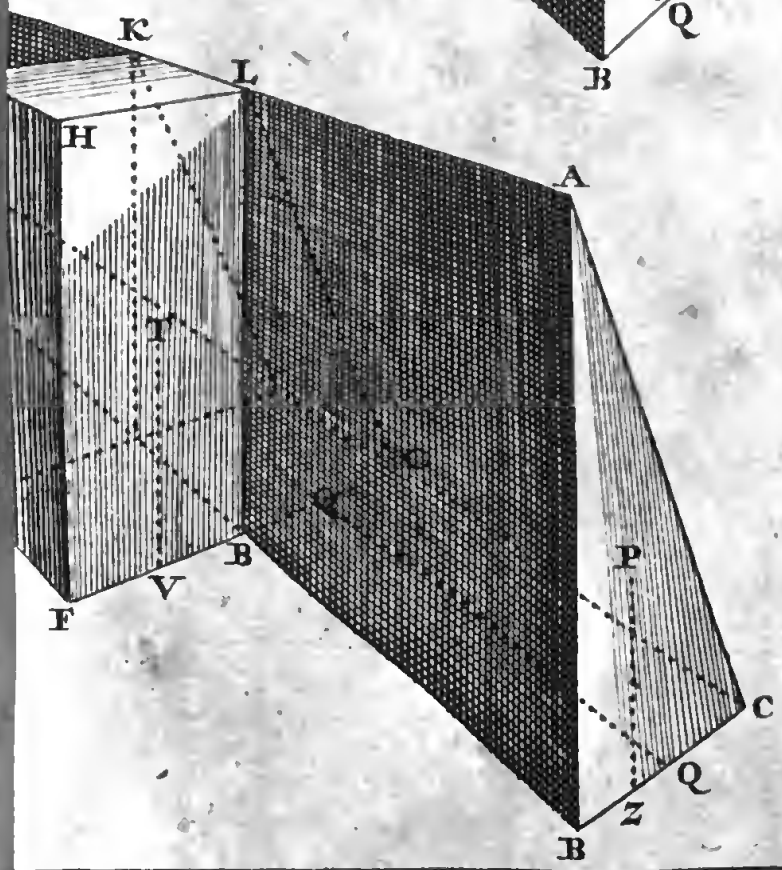
à

Fig. 2.

H
T
C
F

H
T
F


K
N
M
I
H
L
E
T
P
G
B
F
V
C
Q
B


K
L
H
A
T
C
Q
B
P
V
F
C
Q
Z
B

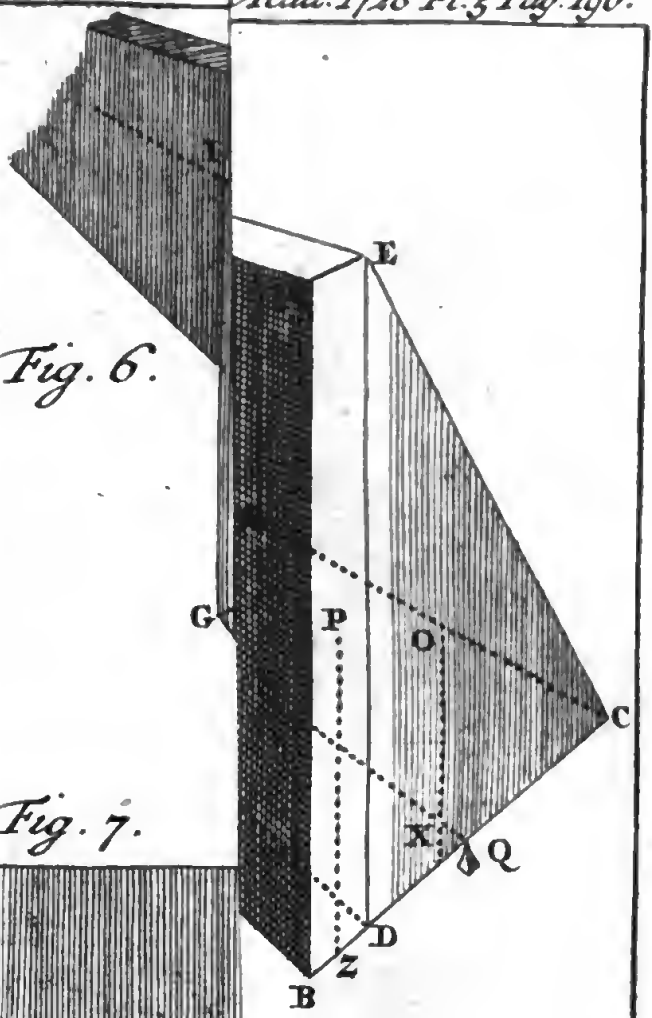


Fig. 6.

Fig. 7.

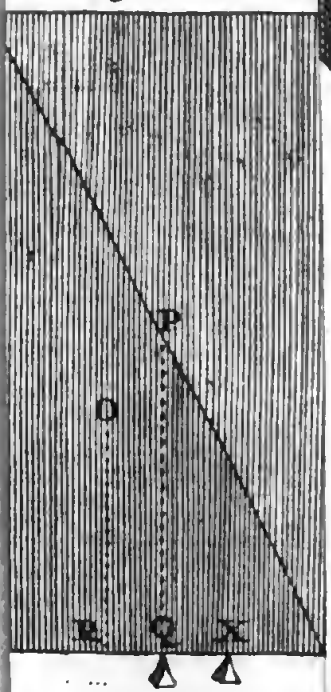
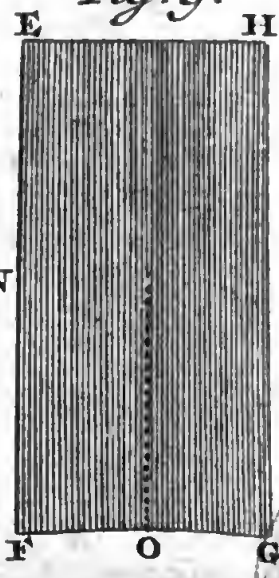


Fig. 9.



à réſiſter aux efforts qu'ils ont à ſoûtenir ſans avoir égard aux Contreforts.

Ainſi ceux qui ne voudront point accorder cette hypotheſe, pourront s'en tenir au ſecond Mémoire, où ils trouveront tout ce qu'ils peuvent deſirer touchant les Revêtemens, & pourront ajoûter des Contreforts tels qu'ils voudront, pour arrêter les irruptions des Terres contre le Revêtement, au cas que quelques parties viennent à ceder.

M. de Vauban donne à ſes Contreforts leur plus grande épaiſſeur à leur racine, c'eſt-à-dire, le long du Revêtement auquel ils ſont adoſſés, & il fait leur extremité moindre à meſure qu'ils entrent dans le Terre-plain du Rempart.

L'épaiſſeur qu'il donne à la racine des Contreforts, eſt, comme nous l'avons dit précédemment, de $\frac{1}{10}$ de la hauteur du Rempart plus 2 pieds, & l'épaiſſeur qu'il donne à l'extremité deſdits Contreforts eſt les deux tiers de ce qu'il leur donne en racine.

A1 154 1954